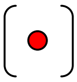
Theory No. -1

1. Line, Rays & Angles –

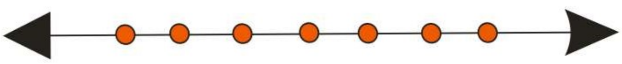
(Point) →A circle which do not have radius is called point.

बिन्दु→ ऐसा कोई वृत जिसकी कोई त्रिज्या नहीं होती बिन्दू कहलाता है।



2. (Line)→Line is a set of infinite points that should be in one dimension, which can be extended on both the end points.

रेखा → रेखा अन्नत बिन्दूओं का एक बिन्दूपथ हैं। जिसके दोनो सिरो को अन्नत तक बढाया जा सकता है ।



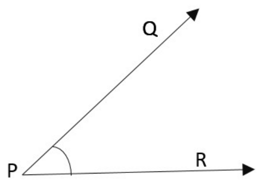
3. (Plane)→ Plane is a set of infinite points in two dimensions it does not have any width and it can extended infinitely.

समतल→ समतल अन्नत : बिन्दूओं का एक बिन्दूपथ है जिसकी कोई मोटाई नहीं होती हैं। और इसे अनन्त तक बढाया जाता हैं ।

4. (Angle) →Two non- colliner rays which have one common starting point is called angle.

कोण → दो असरेखीय किरण जिनका एक उभयनिष्ठ प्रारम्भिक बिन्दू हो कोण होता है।

- Ray making an angle are called arms and that common point is called vertex.
- दोनों किरणों को कोण की भुजायों तथा उभयनिष्ठ बिन्दू को शीर्ष कहते है।



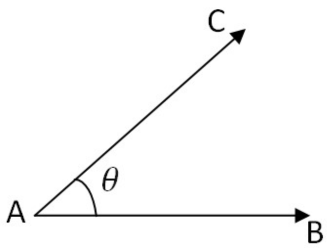
PQ, PR → arms

P→ Vertex

5. (Types of Angles)→ कोणो के प्रकार

(i). (Acute Angle)→ An angle that measures less than 90° is called 'acute angle'

न्यूनकोण→ ऐसा कोण जिसकी माप 90° से कम हो न्यूनकोण कहलाता हैं।

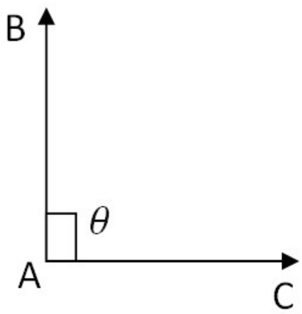


$0° < \theta < 90°$

कोण $\angle BAC$ न्यूनकोण हैं।

(ii). (RightAngle)→ An Angle that measures 90° is called right angle.

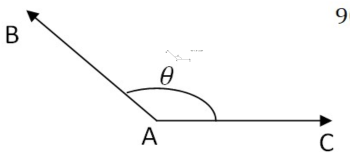
समकोण→ ऐसा कोण जिसकी माप 90° हो समकोण कहलाता हैं।



$\theta = 90°$

(iii). (Obtuse Angle)→ An angle that measures more than 90°but less than 180° is called obtuse angle.

अधिक कोण→ ऐसा कोण जिसकी माप 90° से अधिक हो परन्तु 180° से कम हो अधिक कोण होगा।

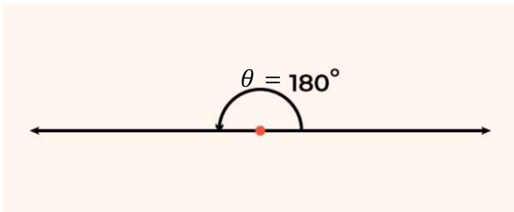


$90° < \theta < 180°$

(iv). (Straight Angle) → An angle that measures 180° is called straight angle.

ऋजु कोण→ ऐसा कोण जिसकी माप 180° हो, सरल कोण कहलाता हैं।

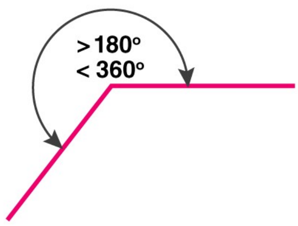
$\theta = 180°$



(v). (Reflex Angle)→ An angle that measures more than 180°but less than 360° is called "Reflex angle"

वृहत कोण→ ऐसा कोण जिसकी माप 180° से अधिक व 360°से कम हो, वृत कोण कहलाता है।

$180° < \theta < 360°$



(vi). (Complete Angle)→ An angle that measures 360° is called complete angle

पूर्ण कोण→ वह कोण जिसकी माप 360° हो पूर्ण कोण कहलाता है।

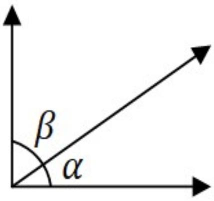
$\theta = 360°$

6. Relation between angle (कोणों मे सम्बन्ध)→

(i). (Complementory Angle)→ Two Angles whose sum is 90° is called complementary angle.

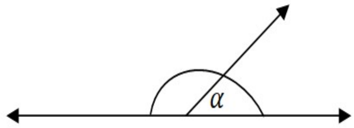
पूरककोण → वह कोण जिनकी मापो का योग 90°हो, तो वे दोनो एक दूसरे के पूरक कोण कहलाते है।

$\angle\alpha + \angle\beta = 90°$



(ii). (Supplementary Angle)→ Two angles whose sum is 180° is called supplementary angle.

स्मपूरक कोण→ दो कोण जिनकी मापों का योग 180° हो तो वे दोनों परस्पर सम्पूरक कोण कहलाते हैं।



$\angle\alpha + \angle\beta = 180°$

यहाँ α, β सम्पूरक कोण हैं।

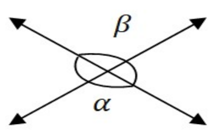
$\angle\alpha + \angle\beta = 180°$

इन्हे रैखिक युग्म कोण भी कहते हैं।

(iii). (Vertically opposite Angle)→ Opposite angles subtended on the intersection point of two intersecting lines is called vertically opposite angles.

शीर्षाभिमुख कोण→ दो रेखाओ के प्रतिच्छेदी बिन्दू पर बने आमने सामने के कोण शीर्षाभिमुख होते हैं।

$\angle\alpha = \angle\beta$

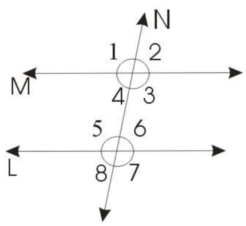


7. Angle made by a transversal with two lines.

दो रेखाओ के साथ तिर्यक रेखा द्वारा बनाये गये कोण ।

L , M दो रेखायें हैं

N→ तिर्यक रेखा हैं



EXAM GURU
"SUCCESS MATTERS"

(i). (Vertically Opposite Angle) शीर्षाभिमुख कोण

$\angle 1 = \angle 3$

$\angle 2 = \angle 4$

$\angle 5 = \angle 7$

$\angle 6 = \angle 8$

(ii). (Corresponding Angle) संगत कोण

$\angle 1 = \angle 5$

$\angle 2 = \angle 6$

$\angle 3 = \angle 7$

$\angle 4 = \angle 8$

(iii). (Alternate Angle) एकान्तर कोण

(Alternate Interior Angle)

$\angle 3 = \angle 5 \qquad \angle 4 = \angle 6$

(Alternate Exterior Angle)

$\angle 1 = \angle 7 \qquad \angle 2 = \angle 8$

(iv). (Sum of Interior Angle) अन्त कोण का योग

$\angle 3 + \angle 6 = 180°$

$\angle 4 + \angle 5 = 180°$

(v). (Sum of Exterior Angle) बाह्य कोण का योग

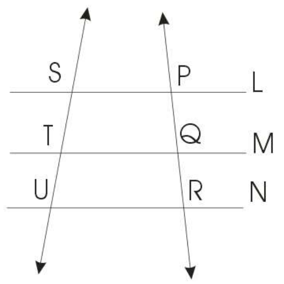
$\angle 1 + \angle 8 = 180°$

$\angle 2 + \angle 7 = 180°$

8. Note → (If transversal line intersect two parallel lines then each pair of corresponding angle is equal.)
यदि दो समान्तर रेंखाओं को एक तिर्यक रेखा प्रतिच्छेद करे, तो बने संगत कोण बराबर होते हैं।

9. If two transversal line intersect three parallel lines, then
यदि तीन समान्तर रेखओं को चित्रानुसार दो तिर्यक रेखा प्रतिच्छेद करे तो।

L||M, M||N, N||L

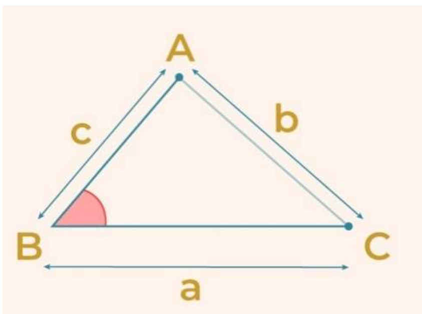


$$\frac{ST}{TU} = \frac{PQ}{QR}$$

Theory No. -2

Triangle (त्रिभुज)

A Plane figure bounded with three sides.



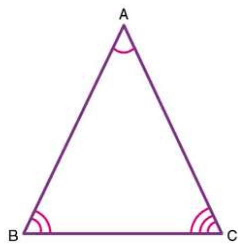
तीन भुजाओ से घिरी हुई समतल बन्द आकृति त्रिभुज कहलाती हैं।

Point -1

Sum of all angles of a triangle is 180°

त्रिभुज के तीनो कोणों का योग180° होता हैं।

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$$



Point -2

Every exterior angle is equal to sum of interior opposite angles of a triangle

Exterior Angle = Sum of Interior Opposite angle

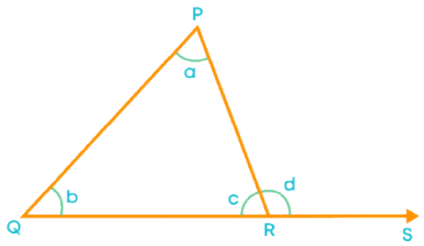
त्रिभुज का बाह्य कोण अन्त : अभिमुख कोणों के योग के बराबर होता हैं।

बाह्य कोण = अन्त :अभिमुख कोंणो का योग

$\angle a + \angle b + \angle c = 180°$

$\angle c + \angle d = 180°$

$\angle a + \angle b = \angle d$



Point -3

Sum of two sides of a triangle is always greater than third side of a triangle.

त्रिभुज की दो भुजाओ का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता हैं।

(i). $(a + b) > c$

(ii). $(b + c) > a$

(iii). $(a + c) > b$

Point -4

Differe

nce of two sides of a triangle is always smaller than the third side.

त्रिभुज की दो भुजाओ का घटाव तीसरी भुजा से कम होता हैं।

(i). $(a - b) > c$

(ii). $(b - c) > a$

(iii). $(a - c) > b$

Point -5

If c is greatest side of $\Delta\, ABC$, and remaining two sides area (a,b) then

त्रिभुज ABC की सबसे बड़ी भुजा c हैं। तथा अन्य दो भुजायें (a,b) है। तो

(i). $a^2 + b^2 > c^2$ न्यूनकोण त्रिभुज (Acute angle triangle)

(ii). $a^2 + b^2 = c^2$ समकोण त्रिभुज (Right Angle triangle)

(iii). $a^2 + b^2 < c^2$ अधिककोण त्रिभुज (Obtuse angle triangle)

→प्रथम चतुर्थाश (First quadrant) में Cosθ positiveहोता हैं ।

Cosθ = $\frac{a^2+b^2-c^2}{2a}$

न्युनकोण त्रिभुज (Acute Angle Triangle)

→ $a^2 + b^2 - c^2 > 0$

$a^2 + b^2 > c^2$

समकोण त्रिभुज (Right Angle Triangle)

Cos 90° = 0

→ $a^2 + b^2 - c^2 = 0$

$a^2 + b^2 = c^2$

→द्वितीय चतुर्थाश (Second quadrant) में Cosθ Negativeहोता हैं ।

अधिक कोण त्रिभुज (Obtuse Angle Triangle)

→ $a^2 + b^2 - c^2 < 0$

$a^2 + b^2 < c^2$

Types of Triangle→

(1) **Based on side→**

(A). **Sclane Triangle** → A triangle having three different sides is called sclane triangle.

विषमबाहु त्रिभुज (Sclane Triangle) → वह त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाओं की लम्बाई अलग – अलग हो।

Each angle is different.

$\angle A \neq \angle B \neq \angle C$

Note → सभी कोण अलग – अलग होगें ।

(B). **Isosceles Triangle)**→A triangle which has two equal sides is called isoscles triangle.

समाद्विबाहु त्रिभुज (Isosceles Triangle)→ वह त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाओं में से दो की लम्बाई समान हों ।

Note →Angle opposite to equal sides are equal. समान भुजाओं के समाने के कोण बराबर होते हैं।

(C). **EquilateralTriangle**→A triangle having all three sides equal is called equilateral triangle.

समबाहु त्रिभुज (EquilateralTriangle)→ वह त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाओं की लम्बाई समान हों ।

Note →Each Angle of equilateral triangle is equal.

समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण बराबर होता हैं।

(2) **Based on angle →** कोण के आधार पर

(A). **Acute Angle Triangle**→A triangle whose all angles are less than 90°

न्यून कोण (Acute Angle Triangle) → ऐसा त्रिभुज जिसकें तीनो कोण 90° से कम हों ।

(B). **Right Angle Triangle**→A triangle in which one angle is equal to90°

समकोण (Right AngleTriangle) →ऐसा त्रिभुज जिसका एक कोण 90°के बराबर हों ।

(C). **Obtuse Angle Triangle →** A triangle in which one angle is greater than 90°

अधिककोण त्रिभुज(Obtuse Angle Triangle) →ऐसा त्रिभुज जिसका एक कोण 90° से अधिक हों ।

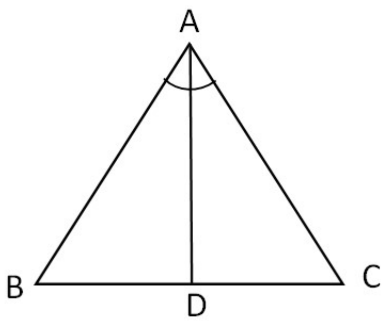
Note- In a triangle opposite side of largest angle is large and opposite side of smallest angle is small.

त्रिभुज में सबसे बड़े कोण के विपरीत भुजा सबसे बड़ी और सबसे छोटे कोण के विपरीत भुजा सबसे छोटी होती है।

Theory No. -3

The line which bisect of an angle in two equal part is called angle bisector.

कोण समद्विभाजक **(Angle Bisector)**→ कोण को दो बराबर भागों में बाँटने वाली रेखा को कोण समद्विभाजक बोलते हैं।



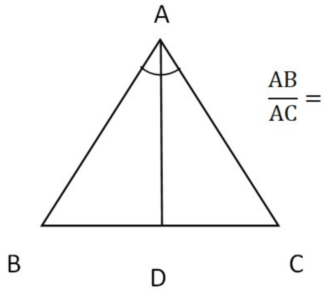
AB : AC = BD : DC

In-center → Intersecting point of all angle bisector of a triangle is called in-center.

त्रिभुज के तीनों कोणों के कोण समद्विभाजक जिस बिन्दू पर प्रतिच्छेद करते है। उस अंतकेन्द्र कहते हैं।

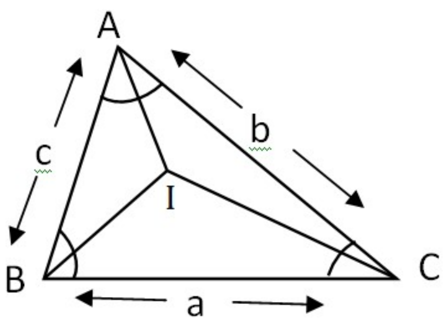
Note →Angle bisector divides the opposite side into the same proportion in which the angle forming sides.

कोण समद्विभाजक विपरीत भुजा को उसी अनुपात में विभाजित करता है जिस अनुपात में कोण बनाने वाली भुजाऐं।



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

Angle on in-center→ अंत : केन्द्र पर बने कोण



$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

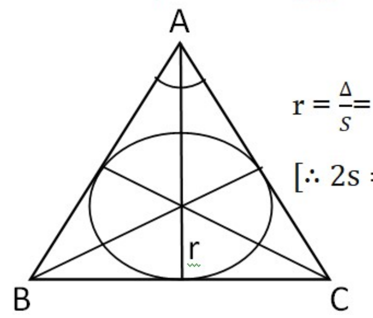
$$\angle AIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle B$$

$$\angle AIB = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle C$$

Note → In-center of a triangle is equidistant from three sides

अंतकेन्द्र तीनों भुजाओ से समान दूरी पर होगा।

In-radius (अंन्त : त्रिज्या) = r

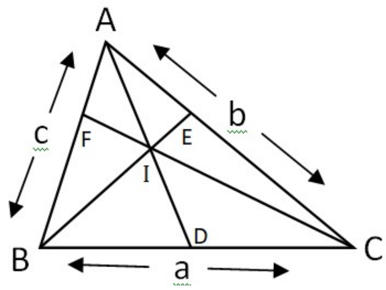


$$r = \frac{\Delta}{s} = \frac{Aaea\ of\ \Delta}{Semi-parimeter}$$

$[\because 2s = a + b + c]$

If side of any triangle ΔABC are a,b,c and its in-centre is ‘I’. AD and BE, CF are angle bisector of $\angle BAC$ and $\angle ABC, \angle ACB$ respectively then :-

यदि किसी ΔABC की भजाएं a,b,c है। और उसका अंतःकेन्द्र ‘I’ हैं। $\angle BAC$ का समद्विभाजक AD और $\angle ABC$ का कोण समद्विभाजक BE और $\angle ACB$ का कोण समद्विभाजक CF है तो ।



In ΔABC

AI : ID = (b+c) : a

BI : IE = (a+c) : b

CI : IF = (a+b) : c

Ex-center → If P is intersecting point of exterior angle bisector of $\angle B$, $\angle C$ of ΔABC then:-

बर्हिकेन्द्र(Ex-center)→ यदि P त्रिभुज के बाह्य कोणो के समद्विभाजक का प्रतिच्छेदी बिन्दू हो तो ।

$\angle BPC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$

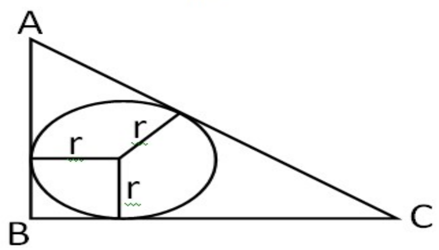
$\angle AQC = 90° - \frac{1}{2}\angle B$

$\angle ARB = 90° - \frac{1}{2}\angle C$

Note → In-radius of right angle triangle.

समकोण त्रिभुज में अन्त वृत की त्रिज्या →

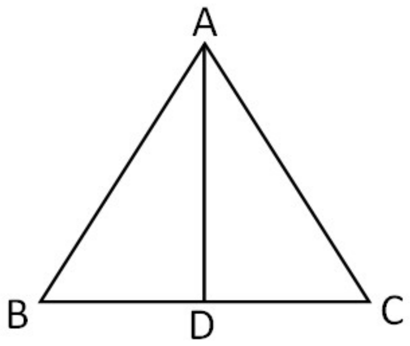
$$r = \frac{Base + Perpendicular - Hypotenuse}{2}$$



Theory No. -4

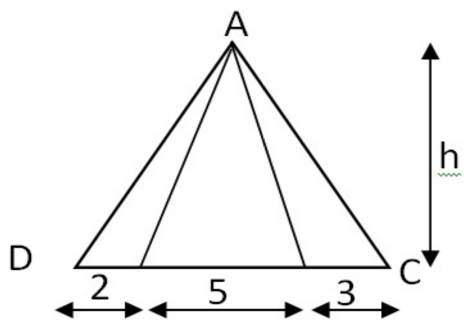
(Median) → Line joining a vertex of a triangle to the mid point of opposite side is called median.

मध्यिका –किसी भी शीर्ष से सामने वाली भुजा के मध्य बिन्दू को मिलाने वाली रेखा माध्यिका कहलाती हैं।



Note : (The ratio of area of triangles in a triangle is same as the ratio of base.

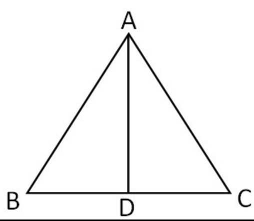
→ त्रिभुज के क्षेत्रफल का अनुपात वही रहता है जो उनके आधार का अनुपात हैं।



Note : (Median divides area of a triangle in two equal parts)

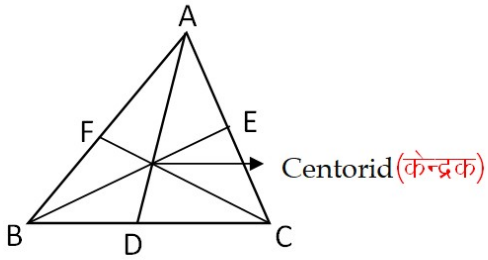
→ मध्यिका त्रिभुज के क्षेत्रफल को समद्विभाजित करती हैं।

Area of ΔABD = Area of ΔADC



Note : (Intersecting point of three medians of the triangle is called centroid or GRAVITY CENTRE)

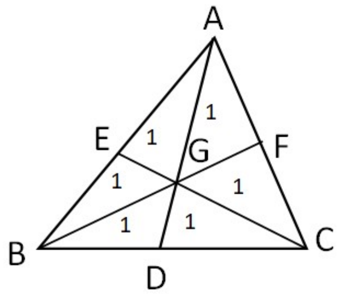
→त्रिभुज की तीनो मध्यिका जिस बिन्दू पर प्रतिच्छेद करती हैं। त्रिभुज का केन्द्रक या गुरूत्व केन्द्र कहलाता हैं।



AD, BE, CF are Median.

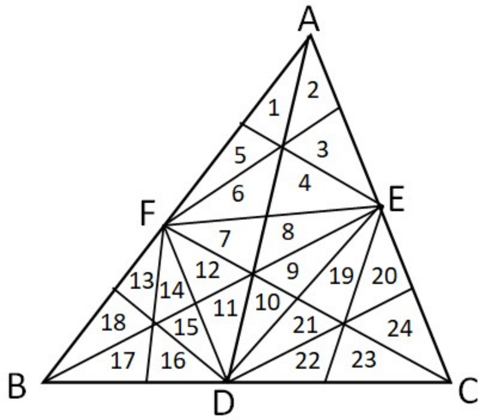
Centorid divides the area of triangle in **6 equal parts**

→केन्द्रक त्रिभुज के क्षेत्रफल को 6 बराबर भागों में विभाजित करता हैं।



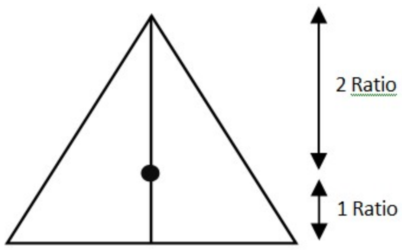
Note →(If the mid-points of sides of a triangle is joint then the triangle divided in four equal parts. If medians are draw inside the small triangles then it divide in 24 equal parts.)

→यदि त्रिभुज की भुजाओ के मध्य बिन्दुओ को जोड़ दिया जाए तो त्रिभुज का क्षेत्रफल चार बराबर हिस्सो में बट जाता है । और यदि इन सभी में मध्यिकाये बना दि जाए तो यह 24 बराबर त्रिभोजो में बट जाता है जिनका क्षेत्रफल एक समान होगा।



Centorid divide median in 2 : 1.

→गुरूत्व केन्द्र मध्यिका को 2 : 1 में बाँटता हैं।

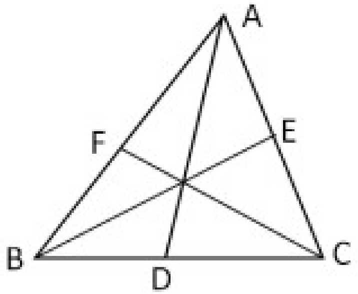


Note →(Sum of all three median of a triangle is smaller than its perimeter.)

→त्रिभुज की मध्यिकाओ का योग उसके परिमाप से छोटा होता हैं।

(AD + BE + CF < a + b +c)

Apollonium Theorm (अपोलोनियम प्रमेय)→



Length of median →(मध्यिका की लम्बाई)

$AB^2 + AC^2 = 2[AD^2 + DC^2]$

$\therefore BD = DC$

$BA^2 + BC^2 = 2[BE^2 + EA^2]$

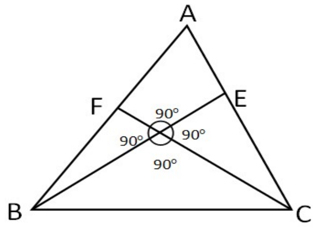
$\therefore EA = EC$

$CB^2 + CA^2 = 2[CF^2 + FA^2]$

$\therefore FB = FA$

→If two median of a triangle cut each other at 90° on the centoroid then,

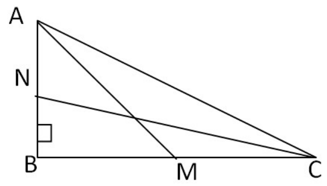
→यदि एक ही त्रिभुज की दो माध्यिका 90° पर काटे



$$AB^2 + AC^2 = 5BC^2$$

→ In a Right angle triangle if two medians CN and AM are given, then $AM^2 + CN^2 = ?$

→ यदि एक समकोण त्रिभुज में दो माध्यिकाये CN और AM दी हो, तो $AM^2 + CN^2 = ?$



$$AM^2 + CN^2 = \frac{5}{4}AC^2$$

Remember (याद रखें) →

(1) Three times the sum of three sides of a triangle is less than to four times the sum of its median.

त्रिभुज की तीनों भुजाओं के योग का तिगुना, इसकी तीनों माध्यिकाओं के योग के चौगुने से कम होता हैं।

$$3(AB + BC + CA) < 4(m_1 + m_2 + m_3)$$

(2) Three times the sum of square of three sides of a triangle is equal to four times the sum of square of its median.

त्रिभुज की तीनों भुजाओं के वर्गो के योग का तिगुना, इसके तीनों माध्यिकाओं के वर्गो के योग के चौगुने के बराबर होता हैं।

$$3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2)$$

Remember these points (निम्न बिन्दु याद रखें)

EXAM GURU

"SUCCESS MATTERS"

(i). $(AD + BE + CF) < (AB + BC + CA)$

(ii). $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + DC^2)$

(iii). $3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2)$

(iv). $3(AB + BC + CA) < 4(AD + BE + CF)$

(v). $AM^2 + CN^2 = \frac{5}{4} AC^2$

(vi). $AB^2 + AC^2 = 5BC^2$

→If three median's (m_1, m_2, m_3) of a triangle are given then its area :

यदि त्रिभुज की तीनो मध्यिकाऐं (m_1, m_2, m_3) दी हुई हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल इस प्रकार होगा :-

$$Aaea = \frac{4}{3}\sqrt{s(s - m_1)(s - m_2)(s - m_3)}$$

$$s = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{2}$$

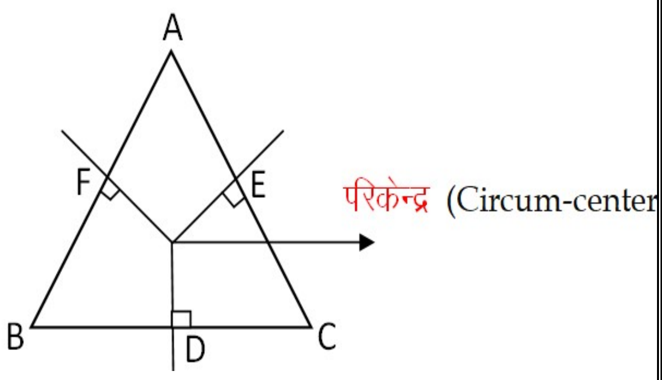
$$S_m = Semi\ perimeter\ of\ medians$$

Theory No. -5

Side Perpendicular Bisector

(भुजा लम्ब समद्विभाजकं)→ Intersecting point of side perpendicular bisector of three side of triangles is called circum-center.

एक त्रिभुज के तीनो भुजा लम्ब समद्विभाजक जिस बिन्दू पर प्रतिच्छेद करते हैं। उसे परिकेन्द्र कहते हैं।



D , E and F are mid point of side BC, AC & AB respectively.

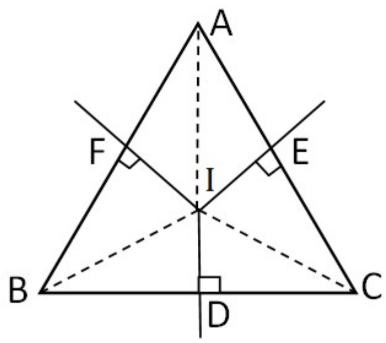
यहाँ D, E तथा F कमश : भुजाओं BC, AC तथा AB के मध्य बिन्दू हैं।

Angle on circum-center (परिकेन्द्र पर बने कोणं)

$\angle BIC = 2\angle A$

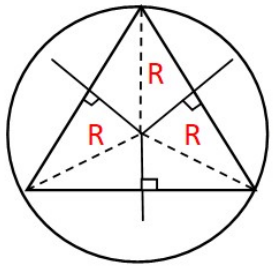
$\angle AIC = 2\angle B$

$\angle AIC = 2\angle C$



Circum-center is equidistant from three vertices of the triangle.

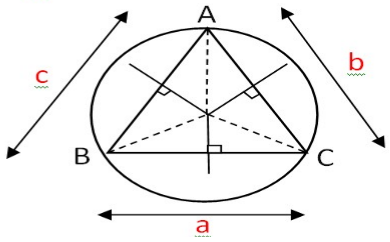
परिकेन्द्र तीनो शीर्षो से समान दूरी पर होता हैं।



Radius = R

Radius of outer circle (परिवृत की त्रिज्या) →

$R = \frac{abc}{4\Delta}$



Distance beetween in-center and circum-center

अंतकेन्द्र तथा परिकेन्द्र के बीच की दूरी

$D^2 = R^2 - 2Rr$

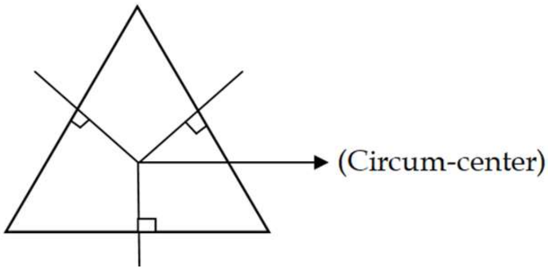
$D = \sqrt{R^2 - 2Rr}$

Circum-center in different triangle →(विभिन्न त्रिभुजों मे परिकेन्द्र)

(A). **Acute angle triangle** →(न्यून कोण त्रिभुज)

Circum-center lies inside in acute angle triangle.

न्यून कोण त्रिभुज में परिकेन्द्र हमेशा त्रिभुज के अन्दर बनता हैं।

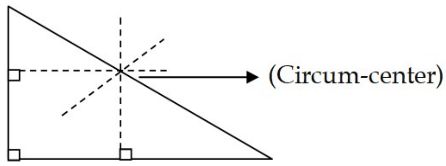


(B). **Right angle triangle**→(समकोण त्रिभुज)

Circum-center lies on mid point of hypotenuse of a right angle triangle.

समकोण त्रिभुज में परिकेन्द्र हमेशा कर्ण पर बनता हैं।

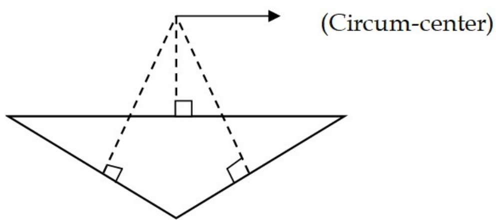
$R = \frac{\text{कर्ण}}{2}$, $R = \frac{\text{hypotenuse}}{2}$



(C). **Obtuse angle triangle**→(अधिक कोण त्रिभुज)

Circumcenter lies outside the triangle in obtuse angle triangle.

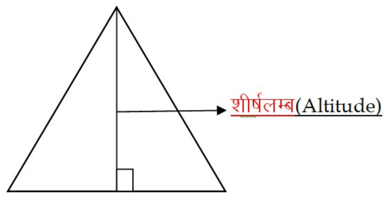
अधिक कोण त्रिभुज में परिकेन्द्र त्रिभुज से बाहर बनता हैं।



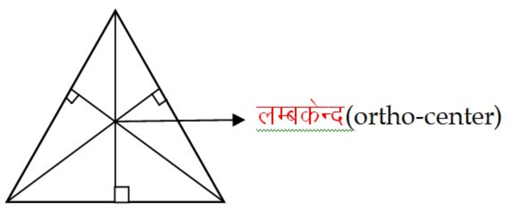
Altitude of triangle →(त्रिभुज के शीर्ष लम्ब)

If a line forms right angle on the opposite side of a triangle from any vertex will be altitude of the triangle.

किसी भी शीर्ष से सामने वाली भुजा पर 90° का कोण वाली रेखा त्रिभुज का शीर्ष लम्ब होगी ।



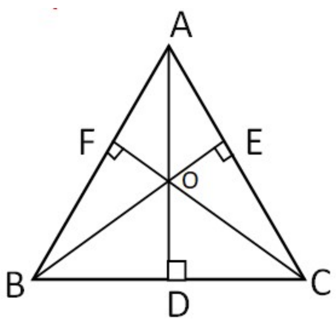
(Ortho-center)→ Intersecting point of three altitudes is called ortho center.



(लम्ब–केन्द्र)→त्रिभुज के तीनों शीर्ष लम्ब जिस बिन्दु पर प्रतिच्छेद करते है त्रिभुज का लम्ब केन्द्र कहलाता हैं।

Angle made on ortho-center →

(लम्बकेन्द पर बने कोण)

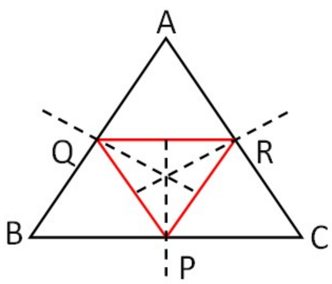


$$\angle BOC + \angle A = 180°$$
$$\angle AOC + \angle B = 180°$$
$$\angle AOB + \angle C = 180°$$

$\angle BOC = \angle EOF$ Vertically opposite angle (शीर्षाभिमुख कोण)

Note → In ΔABC, P is a midpoint of BC and Q is midpoint of AB and R is the midpoint of AC. Then circum-centre of ΔABC is , ortho-center of ΔPQR

त्रिभुज **ABC** में **P** भुजा **BC** का मध्य बिन्दू हैं।, **Q** भुजा **AB** का और **R, AC** का मध्य बिन्दू हैं। तो त्रिभुज **ABC** का परिकेन्द्र **ΔPQR**का लम्बकेन्द्र होगा।

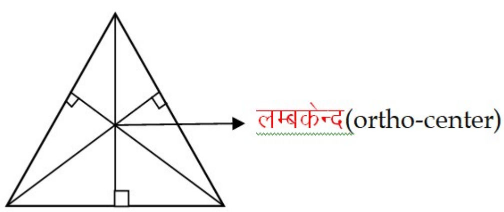


Ortho-centre in different triangle →(विभिन्न त्रिभुजों में लम्ब केन्द्र)

(A). **Acute angle triangle**→(न्यूनकोण त्रिभुज)

In acute angle triangle ortho-center lies inside the triangle.

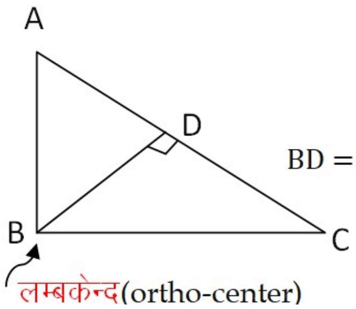
न्यून कोण त्रिभुज में लम्बकेन्द्र त्रिभुज के अन्दर बनता हैं



(B). **Right angle triangle →(समकोण त्रिभुज)**

In right angle triangle ortho-center lies at the vertex where 90° angle is formed.

समकोण त्रिभुज में लम्बकेन्द्र 90° पर बनता हैं।

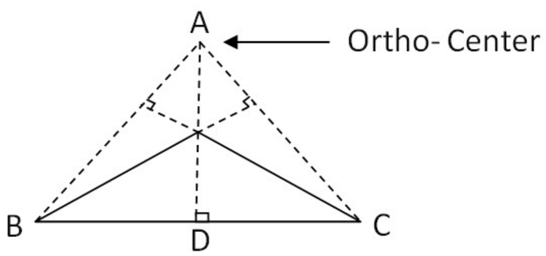


$$BD = \frac{AB \times BC}{AC}$$

(D). **Obtuse angle triangle →(अधिक कोण त्रिभुज)**

In obtuse angle triangle ortho-center lies outside the triangle.

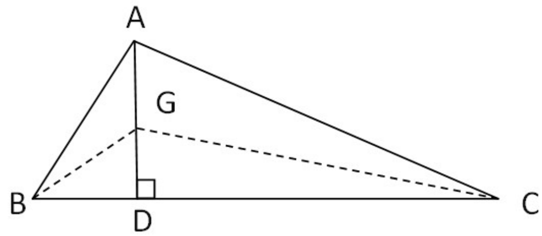
अधिक कोण त्रिभुज में लम्बकेन्द्र त्रिभुज के बाहर बनता हैं।



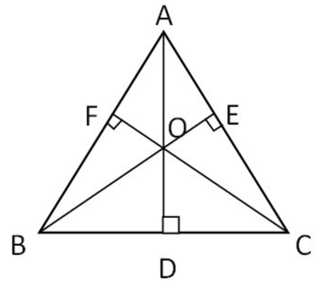
Some Important points → In triangle ABC, AD⊥BC and there is a point G on AD. G is join with B and C then

(ΔABC में AD भुजा BC पर लम्ब है। तथा AD पर एक बिन्दू G हैं। G को B और C से मिलाया जाता है) तो

(i). $AB^2 + CG^2 = AC^2 + BG^2$



(ii).

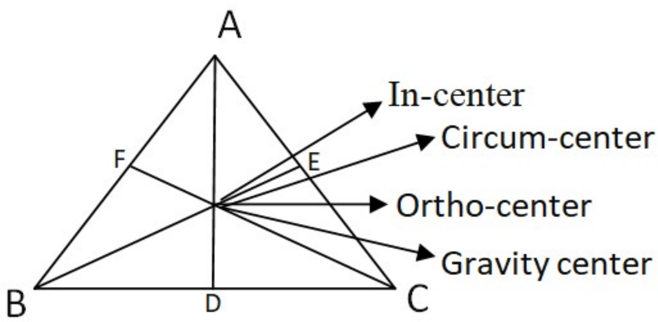


$$AO \times OD = BO \times OE = CO \times OF$$

Some Important result of Triangle →

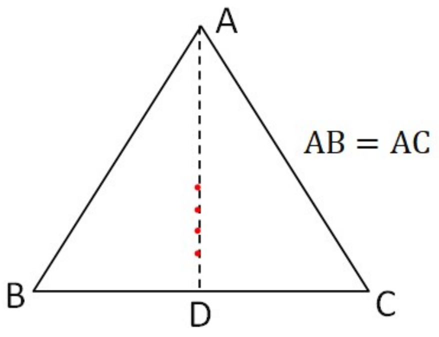
(i). In equilateral triangle four center at a single point.

समबाहु त्रिभुज के चारों केन्द्र एक बिन्दू पर

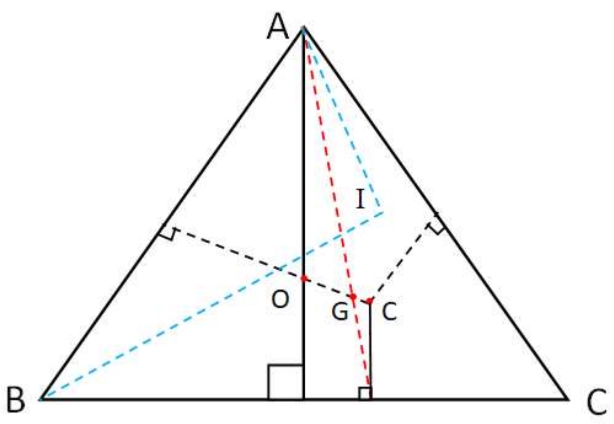


In Isosceles triangle four center are at a single line.

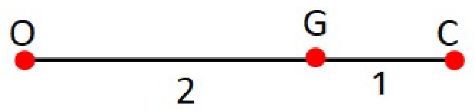
समद्विबाहु त्रिभुज में चारों केन्द्र संरेखीय होते हैं।



विषमबाहु त्रिभुज में (In sclane triangle) →



Ealer Line.



G divide OC in 2 : 1

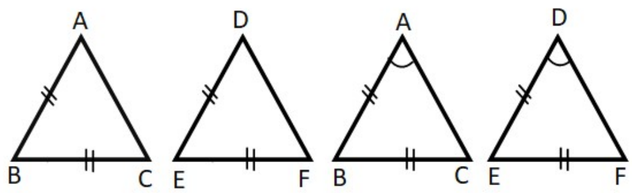
G, OC को 2 : 1 में बाँटता है

Congruency (सर्वांगसमता)→

(i). **SAS (Side-angle-side)** (भुजा–कोण–भुजा)

If two corresponding sides & one included angle of two triangle are equal then the two triangle are congruent.

दो त्रिभुज की दो संगत भुजाएँ बराबर हो तथा एक आंतरिक कोण भी बराबर हैं। तो दोनों त्रिभुज सर्वागसम होगें ।



$AB = DE$	$AB = DE$
$BC = EF$	$BC = EF$
$\angle B = \angle E$	$\angle A = \angle D$
$\Delta ABC \cong \Delta DEF$	$\Delta ABC \ncong \Delta DEF$

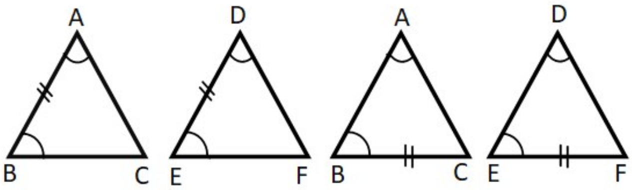
[∴ $\angle A$ and $\angle D$ is not included angle]

(ii). **AAS (Angle-angle-side)**

→(कोण–कोण–भुजा)

If two corresponding angle& one corresponding side of two triangle are equal then the two triangle are congruent.

दो त्रिभुज की दो संगत कोण बराबर हैं। और एक भुजा भी समान हैं। तो दोनो Δ सर्वागसम होगें ।

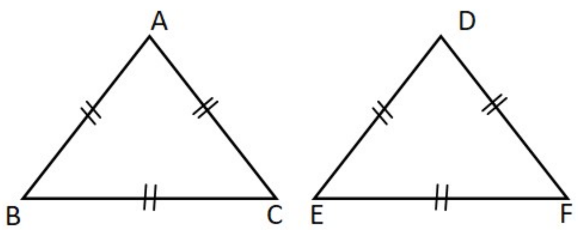


AB = DE	$\angle A = \angle D$
$\angle A = \angle D$	$\angle B = \angle E$
$\angle B = \angle E$	BC = EF
Then	Then
$\Delta ABC \cong \Delta DEF$	$\Delta ABC \cong \Delta DEF$

(iii). **SSS (Side-side-side)** →(भुजा–भुजा–भुजा)

If three, corresponding sides are equal, then two triangles are congruent.

यदि दो त्रिभुजो की तीनों संगत भुजाएं बराबर है तो दोनो त्रिभुज सर्वांगसम होगें।



Side (भुजा) AB = DE

BC = EF

AC = DF

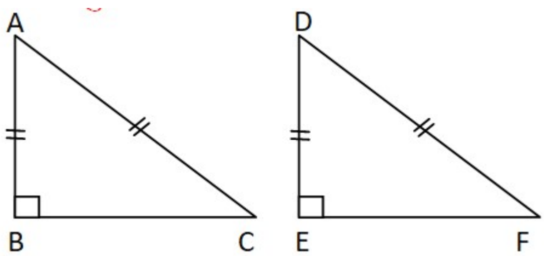
Then $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

(iv). **RHS (Right angle – Hypoteniuse - side)**

→(समकोण – कर्ण– भुजा)

If the hypotenuse and one corresponding side of two right angle triangle are equal, then the two triangle are congruent.

यदि दो त्रिभुजों में एक – एक कोण समान हों। दोनो का कर्ण बराबर हो तथा एक संगत भुजा भी बराबर हो तो दोनो त्रिभुज सर्वागसम होगें ।



$\angle B = \angle E = 90°$

AC = DF

AB = DE

Then

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$

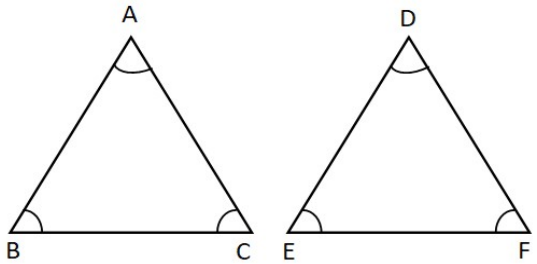
Theory No. -6 (Important)

Similarity (समरूपता)→

(i). **AAA (Angle-Angle Angle)**→(कोण–कोण–कोण)

If three corresponding angle of two triangle are equal, the two triangle are similar.

यदि दो त्रिभुज के तीनो संगत कोण बराबर है तो दोनो त्रिभुज समरूप होंगे।



$\angle A = \angle D$

$\angle B = \angle E$

$\angle C = \angle F$

Then $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

And ratio between corresponding sides

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ are equal.

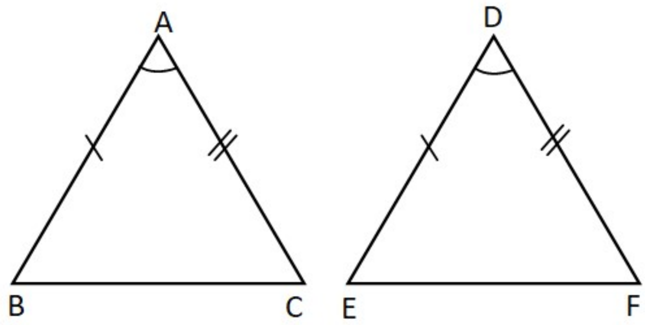
(This rules is called Angle Angle similarity rule. Because in two triangle if two angles are equal then third angle will also equal.)

इसे कोण–कोण का नियम भी कहा जाता है क्योंकि यदि त्रिभुज के दो कोण बराबर होगे तो तीसरा भी बराबर होगा।

(ii). **<u>SAS (Side-angle-side) →</u>**(भुजा–कोण–भुजा)

If two sides of two triangles are proportional & their included angle is equal then two triangles are similar.

यदि दो त्रिभुज की संगत भुजाएँ समान अनुपात में हैं। और आंतरिक कोण बराबर हो तो त्रिभुज समरूप होंगे।



$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$$

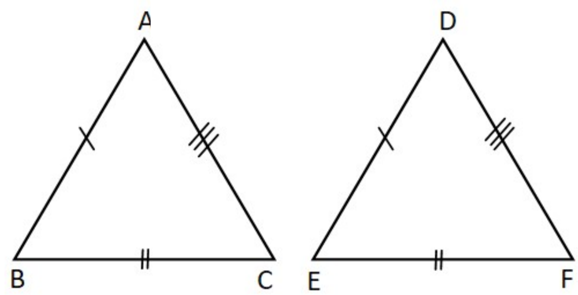
$$\angle A = \angle D$$

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF$$

(iii). **<u>SSS (Side-side-side) →</u>**(भुजा–भुजा–भुजा)

If three side of two triangle are proportional then two triangle are similar.

यदि दो त्रिभुज की संगत भुजाएँ परस्पर संगत है तो दोना त्रिभुज समरूप होंगे।



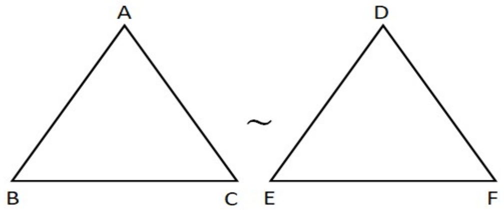
In a ΔABC and ΔDEF the ratio between

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ are equal.

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ so there corresponding angles are equal.

Note → If two triangles are similar then.

यदि दो त्रिभुज समरूप है तो



∴ M_1 = Median (मध्यिका)

r = In-center radius (अन्त–केन्द्र)

R= Cir-cumcentre radius (परिकेन्द्र)

$A.B_1$ = Angle bisector (कोण समद्विभाजक)

$A.L_1$ = Altitude (लम्ब)

Ratio of corresponding sides of two similar triangles is equal to ratio of their corresponding Altitute, corresponding medians and corresponding angle bisector.

दो समरूप त्रिभुज की संगत भुजाओं का अनुपात, उनकी संगत ऊँचाईयों, संगत माध्यिकाओं एंव संगत कोणों के अर्द्धक के अनुपात के बराबर होता हैं।

The ratio between $\frac{\textbf{perimeter of } \Delta ABC}{\textbf{perimeter of } \Delta DEF}$ is equal to the ratio of

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EE} = \frac{AC}{DF} = \frac{A.L_1}{A.L_2} = \frac{A.B_1}{A.B_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Note → Ratio of area of two similar triangles is equal to the.

दो समरूप त्रिभुज के क्षेत्रफल का अनुपात→

Ratio of square of corresponding sides, ratio of square of corresponding heights, ratio of square of corresponding medians, ratio of squares of corresponding radius of inscribed circle, ratio of squares of corresponding radius of circumscribe circle, ratio of squares of corresponding angle bisector segment they all are equally proporational.

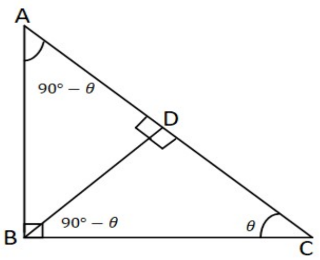
संगत भुजाओ के वर्गो के अनुपात, संगत ऊँचाईयों के वर्गो के अनुपात, संगत माध्यिकाओं के वर्गो के अनुपात संगत अन्त : वृत की त्रिज्याओं के वर्गो के अनुपात, संगत बाह्य वृत की त्रिज्याओं के वर्गो के अनुपात तथा संगत कोणों के अर्द्धक रेखाखण्डों के वर्गो के अनुपात के समानुपाती होते हैं।

The ratio between $\frac{\text{Area of } \Delta ABC}{\text{Area of } \Delta DEF}$ is equal to the square of ratio of

$$\frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{(A.L_1)^2}{(A.L_2)^2} = \frac{(A.B_1)^2}{(A.B_2)^2} = \frac{(m_1)^2}{(m_2)^2} = \frac{(r_1)^2}{(r_2)^2} = \frac{(R_1)^2}{(R_2)^2}$$

Note → Remember these four point if two right angle triangles are made in a right angled triangle, then both the triangles will be similar to each other and each small triangle also similar to larger triangle.

यदि एक समकोण त्रिभुज में दो समकोण त्रिभुज बना दिये जाये तो दोनो एक दूसरे के समरूप होगे तथा प्रत्येक छोटे वाला त्रिभुज बड़े वाले त्रिभुज के समरूप होगा तो ये चार बातें ध्यान में रखें।



$\Delta ABC \sim \Delta ADB$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DB} = \frac{AC}{AB}$$

$\therefore \angle A = \angle A = 90 - \theta$

$\angle B = \angle D = 90$

$\angle C = \angle B = \theta$

(i) $\frac{BD}{CD} = \frac{AD}{BD}$

$BD^2 = AD \times CD$

(ii) $\Delta BDC \sim \Delta ABC$

$$\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC}$$

$$CD = \frac{BC^2}{AC}$$

(iii) $\Delta ABD \sim \Delta ABC$

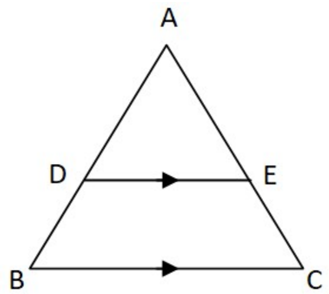
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CB} = \frac{AD}{AB}$$

$$AD = \frac{AB^2}{AC}$$

$BD^2 = AD \times DC$

In ΔABC, $DE \parallel BC$ then.

यदि ΔABC में DE, BC के समान्तर हो तो ।



From similarity

By AAA rule $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

$\angle A = \angle A$
$\angle D = \angle B$
$\angle E = \angle C$
So the ratio between

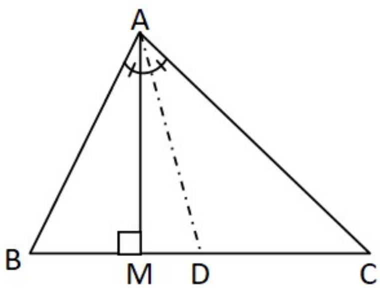
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ is equal to

And $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

Some important facts→(कुछ महत्वपूर्ण तथ्य)

(i). In ΔABC, AD is a angle bisector of $\angle BAC$ and $AM \perp BC$ then.

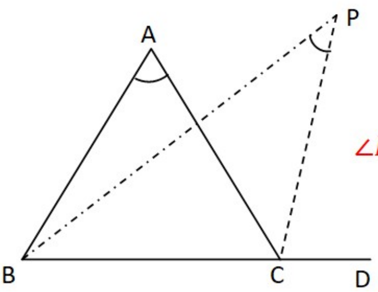
यदि त्रिभुज ABC में, $\angle BAC$ का कोण समद्विभाजक AD हो एंवAM ⊥ BC तोः–



$$\angle MAD = \frac{1}{2}(\angle ABC - \angle ACB)$$

(ii). In a triangle ABC if angle bisector of interior $\angle B$and exterior angle bisector of $\angle C$ meet at a point P, then $\angle P$ is half of $\angle A$

एक त्रिभुज में $\angle B$का अन्त : द्विभाजक तथा कोण $\angle C$ का बाह्य द्विभाजक बिन्दू P पर मिलते हैं। तो P पर बना कोण $\angle A$ का आधा होता हैं।



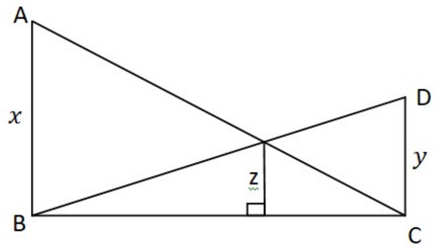
$$\angle BPC = \frac{1}{2} \times \angle BAC$$

The two vertices are in such a way that the top of the first joint with the foot point of second and the top of the second joint with the foot point of first then find the perpendicular distance Z from where they intersect each other.

दो लम्ब इस प्रकार है कि पहले का शीर्ष दूसरे के पद बिन्दू से तथा दूसरे का शीर्ष पहले के पद बिन्दू से मिला दिया जाए तथा जहाँ ये दोनो एक दूसरे को काटते है वहाँ से लम्बवत दूरी Z ज्ञात करो।

Note →If the three lines are parallel, then find the value of

यदि तीनो रेखा समान्तर हो तो Z का मान ज्ञात करो।



$$\mathbf{z} = \frac{xy}{x+y}$$

Theory No. -7

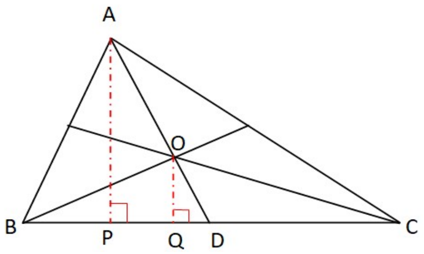
Cevians →

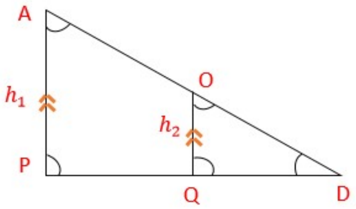
A cevian is any line in a triangle with one end point on a vertex of the triangle and the other end point on the opposite side. Medians, Altitudes and Angle Bisector are special case of cevians.

सीवियन किसी त्रिभुज में एक रेखा होती है जिसका एक एंड पॉइट एक शीर्ष पर तथा दूसरा एंड पॉइट

सामने वाली भुजा पर होता हैं। माध्यिका, लम्ब, कोण समद्विभाजक सीवियन के मुख्य प्रकार हैं।

Case-I→ ΔABC में AD, BE,CF सीवियन हैं। तथा AP,OQ के समान्तर हैं।





$\Delta APD \sim \Delta OQD$ by similarity

$\angle P = \angle Q$

$\angle A = \angle O$

$\angle D = \angle D$(Common Angle)

$\frac{AP}{OQ} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{AD.}{OD}$ are in equal ratio

$$\frac{\text{Area of }\Delta\text{ABC}}{\text{Area of }\Delta\text{BOC}} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times h_1}{\frac{1}{2} \times BC \times h_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

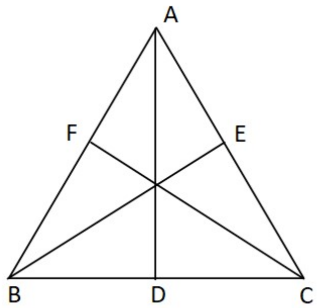
$$\frac{\text{Area of }\Delta\text{ABC}}{\text{Area of }\Delta\text{BOC}} = \frac{AD}{OD}$$

$$\frac{\text{Area of }\Delta\text{BOC}}{\text{Area of }\Delta\text{ABC}} = \frac{OD}{AD}$$

Case-II → ΔABCमें AD, BE,CF सीवियन हैं। तो निम्न मान ज्ञात करो।

$$\frac{OD}{AD} + \frac{OE}{BE} + \frac{OF}{FC} = ?$$

$$\frac{AO}{AD} + \frac{BO}{BE} + \frac{CO}{CF} = ?$$



$$\frac{\text{Area of }\Delta\text{BOC}}{\text{Area of }\Delta\text{ABC}} = \frac{OD}{AD} \ldots\ldots\ldots..(i)$$

$$\frac{\text{Area of }\Delta\text{AOC}}{\text{Area of }\Delta\text{ABC}} = \frac{OE}{BE} \ldots\ldots\ldots.(ii)$$

$$\frac{\text{Area of }\Delta\text{AOB}}{\text{Area of }\Delta\text{ABC}} = \frac{OF}{FC} \ldots\ldots\ldots.(iii)$$

Add all three equations (i), (ii) and (iii)

$$\frac{OD}{AD} + \frac{OE}{BE} + \frac{OF}{FC} = \frac{\Delta BOC + \Delta AOC + \Delta AOB}{\Delta ABC}$$

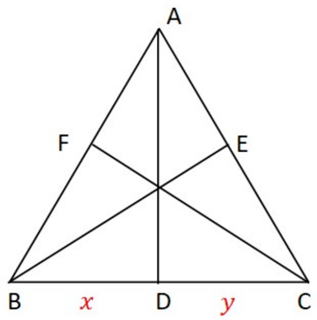
$$\frac{\text{OD}}{\text{AD}} + \frac{\text{OE}}{\text{BE}} + \frac{\text{OF}}{\text{FC}} = \frac{\Delta\text{ABC}}{\Delta\text{ABC}} = 1$$

$$\frac{\text{OD}}{\text{AD}} + \frac{\text{OE}}{\text{BE}} + \frac{\text{OF}}{\text{FC}} = 1$$

$$\frac{\text{AO}}{\text{AD}} + \frac{\text{BO}}{\text{BE}} + \frac{\text{CO}}{\text{CF}} = 2$$

Case–III → ΔABCमें AD, BE,CF सीवियन हैं। यदि आधार का अनुपात BD:DC = x:y है तो

$$\frac{\text{Area of }\Delta AOB}{\text{Area of }\Delta AOC} = \frac{x}{y}$$



ΔABC में

$$\frac{\text{Area of }\Delta ABD}{\text{Area of }\Delta ACD} = \frac{BD}{DC} = \frac{x}{y}$$

$$\frac{\text{Area of }\Delta ABD}{\text{Area of }\Delta ACD} = \frac{kx}{ky} \dots\dots\dots\dots (i)$$

ΔBOC में

$$\frac{\text{Area of }\Delta BOD}{\text{Area of }\Delta COD} = \frac{BD}{DC} = \frac{x}{y}$$

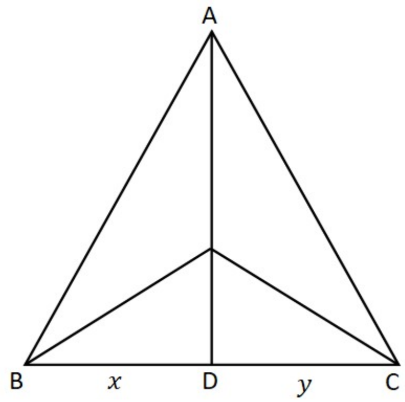
$$\frac{\text{Area of }\Delta BOD}{\text{Area of }\Delta COD} = \frac{Lx}{Ly} \dots\dots\dots\dots (ii)$$

From equation (i) & (ii)

$$\frac{\Delta ABD - \Delta BOD}{\Delta ACD - \Delta COD} = \frac{\text{Area of }\Delta AOB}{\text{Area of }\Delta AOC} = \frac{x(K-L)}{y(K-L)}$$

$$\frac{\text{Area of }\Delta AOB}{\text{Area of }\Delta AOC} = \frac{x}{y}$$

→If Area of $\Delta AOB$is , Area ofΔAOC is βandBD : DC = x : y then find $\frac{\text{Area of }\Delta BOD}{\text{Area of }\Delta COD}$ =?

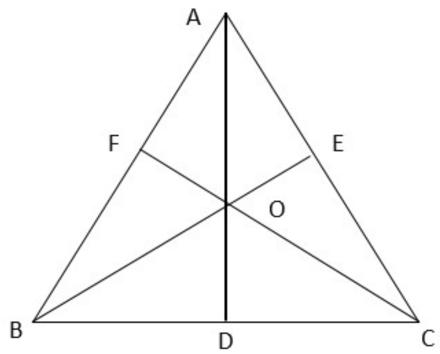


From above equation

$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{x}{y}$ …..(i) $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$……..(ii)

By equation (i) and (ii) $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{a}{b}$

Case –IV→ ΔABC में AD, BE,CF सीवियन हैं। तो $\frac{AF}{FB} \times \frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{AE} = 1$



$$\frac{\text{Area of }\Delta ABO}{\text{Area of }\Delta ACO} = \frac{BD}{DC} \dots\dots\dots\dots (i)$$

$$\frac{\text{Area of } \Delta BOC}{\text{Area of } \Delta AOB} = \frac{CE}{AE} \dots\dots\dots\dots (ii)$$

$$\frac{\text{Area of } \Delta AOC}{\text{Area of } \Delta BOC} = \frac{AF}{FB} \dots\dots\dots\dots (iii)$$

Multiply equation$(i) \times (ii) \times (iii)$

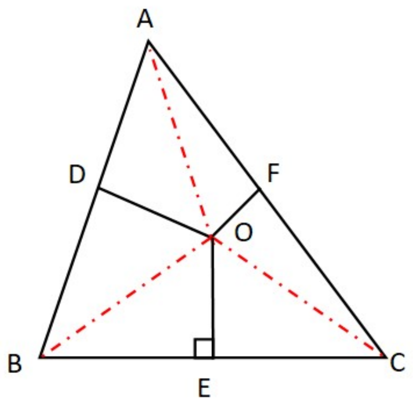
$$\frac{AF}{FB} \times \frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{AE} = 1$$

Important theorem →

In a triangle ABC, O is a point. O is subtended perpendicular on BC, AB, AC then

एक त्रिभुज में ΔABC में O एक बिन्दू हैं। O से BC, AB तथा AC पर लम्ब डाला जाता हैं। तो

$AD^2 + BE^2 + CF^2 = ?$



ΔADO तथा ΔAFO में

$$AO^2 = AD^2 + DO^2 \dots\dots\dots\dots (1)$$

$$AO^2 = AF^2 + FO^2 \dots\dots\dots\dots (2)$$

ΔBDO तथा ΔBEO में

$$BO^2 = BE^2 + EO^2 \dots\dots\dots\dots (3)$$

$$BO^2 = BD^2 + DO^2 \dots\dots\dots\dots (4)$$

ΔCEO तथा ΔCFO में

$$CO^2 = CF^2 + FO^2 \dots\dots\dots\dots (5)$$

$$CO^2 = CE^2 + EO^2 \dots\dots\dots\dots (6)$$

Addition equation (1) + (3)+(5) = (2)+(4)+(6)

$$AD^2 + DO^2 + BE^2 + EO^2 + CF^2 + FO^2$$

$$= AF^2 + FO^2 + BD^2 + DO^2 + CE^2 + EO^2$$

$$AD^2 + BE^2 + CF^2 = BD^2 + EC^2 + AF^2$$

Theory No. -8

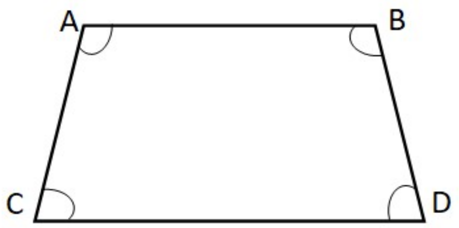
Quadrilateral (चतुर्भुज)→

A plane figure bounded with four sides is known as quadrilateral othr way a quadrilateral is a polygon with four edges and four vertices or corners

चार भुजाओ से धिरी हुई समतल बन्द आकृति चतुर्भुत कहलाती हैं। अर्थात ऐसी कोई आकृति जिसकी चार भुजा तथा चार ही कोनें से घिरी बन्द आकृति चतुर्भुज कहलाती हैं।

EXAM GURU

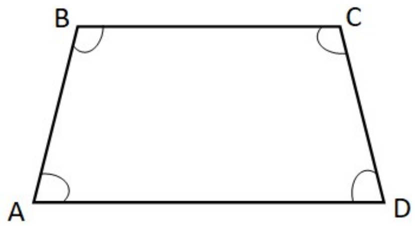
"SUCCESS MATTERS"



AB, BC, CD, AD, Are four side of quadrilateral.

The sum of four angle of quadrilateral is 360°

चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता हैं।



$$\angle A + \angle B + \angle D + \angle D = 360°$$

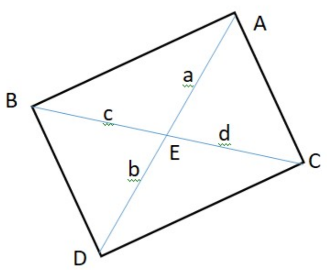
Some Important Points →

(1) The quadrilateral ABCD has to diagonal AC, BD. If both meet each other E then.

चतर्भुज ABCD में दो विकर्ण AC, BD हैं। दोनो एक दुसरे को E पर मिलते

$$\frac{\text{Area of } \Delta ABD}{\text{Area of } \Delta BCD} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{\text{Area of } \Delta ABC}{\text{Area of } \Delta ADC} = \frac{c}{d}$$



(2) Figure formed on joining the mid points of all four sides of a quadrilateral?

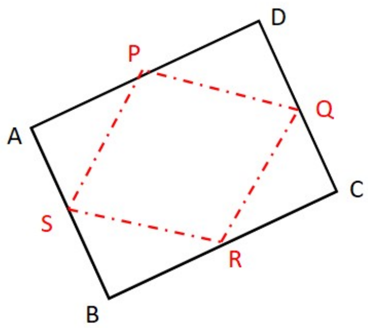
चतर्भुज के चारों भुजाओं के मध्य बिन्दू को मिलाने पर बनने वाली आकृति क्या होगी ।

(A) Rectangle (आयत)

(B) Square (वर्ग)

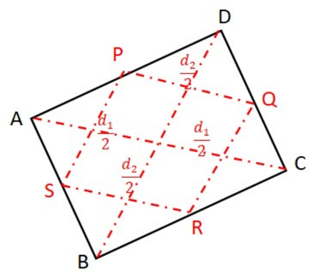
(C) Parallelogram (समान्तर चतुर्भुज)

(D) Rhombus (समचतुर्भुज)

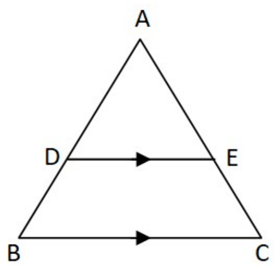


∴ त्रिभुज के दो भुजा के मध्य बिंदू मिलाने वाली रेखा तीसरी से आधी तथा उसके संमातर होती हैं।

AC=$d_1, BD = d_2$



In ΔABC D and E are mid point of AB and AC



$$DE = \frac{BC}{2}$$

$PQ = SR$ & $PS = QR$

If opposite side equal & parallel then it will be parallelogram

अगर विपरीत भुजा बराबर और समान्तर हो तो यह समान्तर चतुर्भुज होगा।

(3) ABCD is a quadrilateral it diagonal is D. draw perpendicular on AC from B & D then area of quadrilateral?

ABCD एक चतुर्भुज हैं। इसका विकर्ण D हैं। विकर्ण AC पर B तथा D से दो लम्ब खीचे तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल – ?

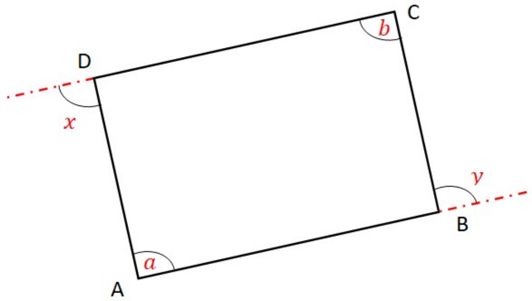
Δ= Area of ΔACD + Area of ΔACB

$$\Delta = \frac{1}{2} \times d \times p_1 + \frac{1}{2} \times d \times p_2$$

Area = $\frac{1}{2} \times (p_1 + p_2) \times d$

(4) In quadrilateral ABCD, AB& CD carried forward so the angle $\angle x, \angle y$ become then $\angle x, \angle y$ =?

एक चतुर्भुज ABCD में AB तथा CD को आगे ब∠ाया जाये तो $\angle x, \angle y$ बनते हैं। तो $\angle x, \angle y$ =?



$\angle(x + y) = \angle(a + b)$

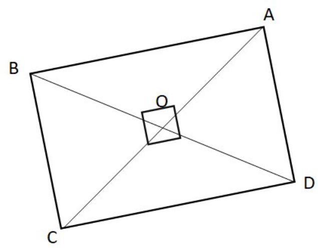
चतुर्भुज के चारो कोणो का योग $= 360°$

$\angle a + 180 - \angle x + \angle b + 180 - \angle y = 360°$

$$\angle a + \angle b = \angle x + \angle y$$

(5) If two diagonal of quadrilateral ABCD intersect each other at 90° then

यदि चतुर्भुज ABCD के दोनों विकर्ण एक – दूसरे को 90° पर काटे तो ।

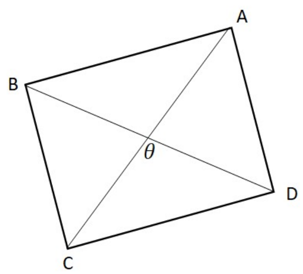


$AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$

(6) If angle between diagonal is given in the quadrilateral ABCD the area:-

चतुर्भुज ABCD में विकर्ण के बीच का कोण θ दिया हो तो क्षेत्रफल :–

BD=$d_1, AC = d_2$



$$A\alpha eaABCD = \frac{1}{2}d_1d_2sin\theta$$

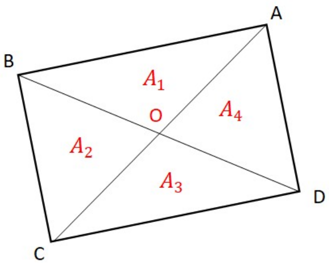
यह Formula $A\alpha ea = \frac{1}{2}d_1d_2sin\theta$ Rectangle, square, parallelogram, Rhombus सब में Same होता हैं।

—

(7) If diagonal bisect each other at O in quadrilateral ABCD.

चतुर्भुज ABCD में दोनो विकर्ण O पर काटते हैं तो

$A_1 \times A_3 = A_2 \times A_4$

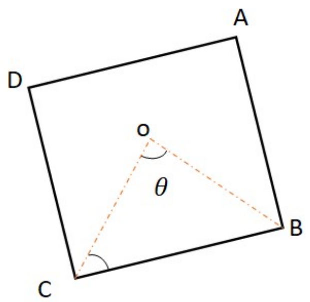


यह सभी चतुर्भुज में होता हैं।

(8) Angle made on O is $\angle BOC = \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle D}{2}$ by angle bisector of two angle of any quadrilateral.

किसी भी चतुर्भुज के दो कोणों का कोण समद्विभाजक द्वारा O पर बनाया गया कोण ।

$\angle BOC = \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle D}{2}$

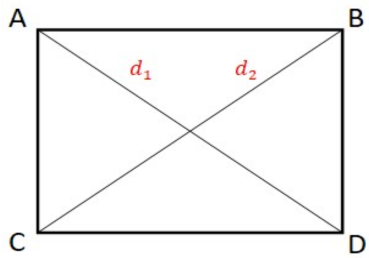


Theory No. -9

Rectangle (आयत)→

A rectangle is a quadrilateral with four right angles and opposite side are parallel.

ऐसा कोई भी चतुर्भुज जिसकी विपरीत भुजा बराबर और समान्तर हो तथा प्रत्येक कोण 90°हो आयत कहलाता हैं।



L = Length (लम्बाई)

B = breadth (चौड़ाई)

AB||DC

AD||BC

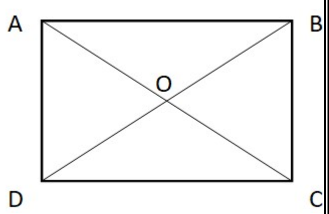
$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$

Diagonal =d_1, d_2

Some Important Points →

(1) Diagonal of a rectangle are equal and don't cut each other 90°

आयत के दोनो विकर्ण बराबर होते हैं। तथा एक दूसरे को 90° पर नहीं काटते ।



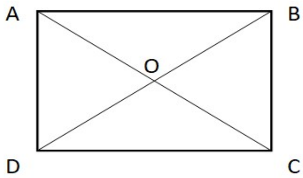
AC = BD विकर्ण (Diagonal)

AB||CD, AD||BC

(2) Both diagonal equally bisect each other.

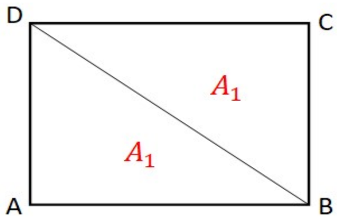
आयत के दोनो विकर्ण एक – दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

$$\left.\begin{array}{l} AO = OC \\ OB = OD \end{array}\right]$$



(3) Both equally bisect the area of rectangle.

दोनो विकर्ण क्षेत्रफल को समद्विभाजित करता है



From similarity $\Delta ABD \sim \Delta CDB$

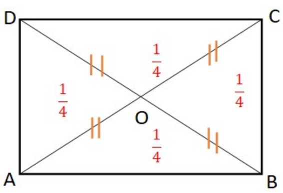
BD (Common diagonal)

AB = CD (length)

AD = BC (Breadth)

(4) In rectangle both the diagonal are divide the area into four equal parts.

दोनो विकर्ण क्षेत्रफल को चार बराबर भागों में बाँटते हैं।



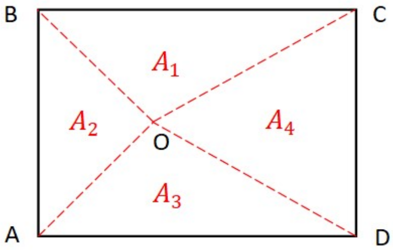
Area of $\Delta AOB = \Delta BOC = \Delta COD = \Delta DOA = \frac{1}{4} ABCD$

(5) (i)If O is a point inside a rectangle ABCD, then .

आयत ABCD के अन्दर स्थित एक बिन्दू O हो तो:–

Area of $A_1 + A_3 = A_2 + A_4$

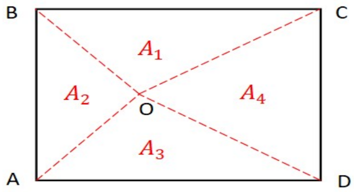
(A = Area)



(ii) If O is a point inside a rectangle ABCD, then.

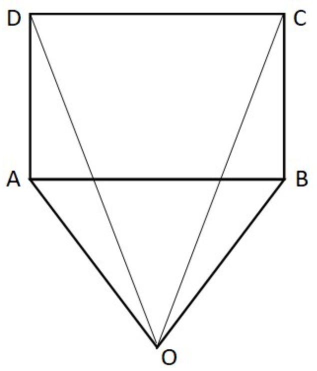
यदि आयत ABCD के अन्दर स्थित एक बिन्दू O हो तो:–

$OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$



(iii) If O is outside the rectangle then :-

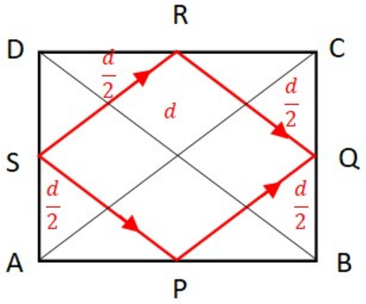
यदि O आयत के बाहर बिन्दू हो तो :–



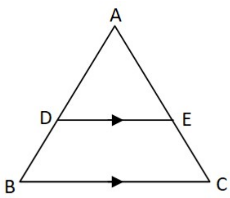
$OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$

(6) Figure formed on joining the Mid points of all the sides of a rectangle ?

आयत के चारों भुजा के मध्य बिन्दू को मिलाने पर बनने वाली आकृति क्या होगी ।



∴ त्रिभुज के दो भुजा के मध्य बिन्दू को मिलाने वाली रेखा तीसरी से आधी तथा उसके संमातर होर्त



$DE = \frac{BC}{2}$

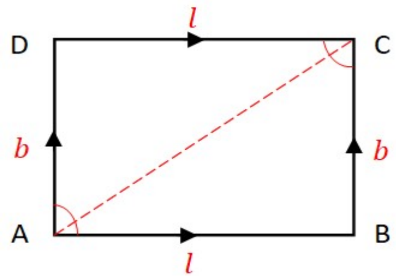
∴ दोनो विकर्ण एक दूसरे को 90° पर नहीं काटते तथा दो समान्तर रेखा के बीच अन्त : कोणों का योग 180° होता हैं।

PQRS is a Rhombus

PQRS एक समचतुर्भुज हैं।

(7) In rectangle diagonal are not angle bisector.

आयत में विकर्ण कोण समद्विभाजक नहीं होते है।



AB | | CD & AD | | BC

AB = CD & AD = BC

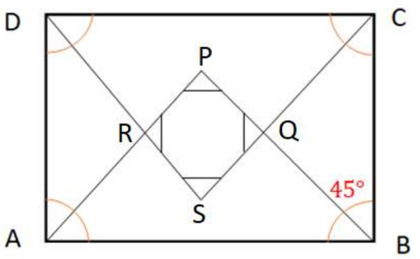
If both line are parallel then

$\angle DCA = \angle CAB$ (Alternate angle)

$\angle BCA = \angle CAD$ (Alternate angle)

(8) Quadrilateral formed by angle bisector of angles of a rectangle is.

आयत के कोणों के समद्विभाजक से बना चतुर्भुज क्या होगा ।



$\Delta APB \cong \Delta DSC$

$AP = PB = x$ (same angle = 45°)

$DS = CS = x$

ΔARDमें

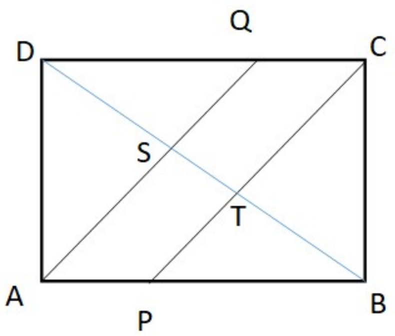
$AR = RD = y$ (same angle = 45°)

चारो कोण 90° तथा पास–पास वाली भुजा बराबर हैं तो वर्ग होगा।

Four angle are 90° & adicent side are equal then it is a square.

(9) In any rectangle the mid point of AB, CD are P and Q then :-

किसी भी आयत में AB, CD के मध्य बिन्दू P, Q है तो



P, Q are midpoint of AB and CD.

DS , ST , TB are equal.

(DS = ST = TB)

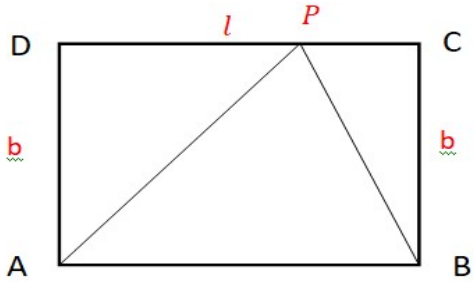
(10) In rectangle ABCD, P is not midpoint of Side DC then.

आयत ABCD में यदि P भुजा DC का मध्य बिन्दू ना हो तो ।

P is not mid point of DC

P, DC का मध्य बन्दू नहीं हैं।

Area of $\Delta APB = \frac{1}{2}$ rectangle ABCD.

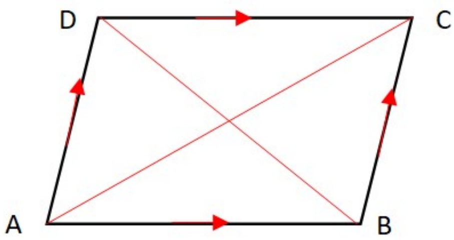


Theory No. -10

Parallelogram (समान्तर चतुर्भुज)→

If each pair of opposite sides of a quadrilateral are equal and parallel, then that quadrilateral is known as parallelogram.

यदि किसी चतुर्भुज के विपरीत भुजाओं के युग्म बराबर व समान्तर हो, तो उस चतुर्भुज को समान्तर चतुर्भुज कहते हैं।



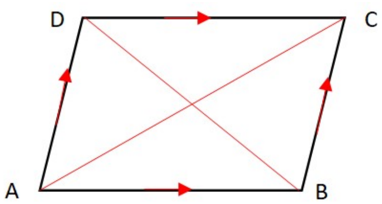
AB||DC, AD||BC

AB = CD, AD = BC

Some Important Points →

(1) Both the diagonal of parallelogram are neither equal nor do they cut at 90°

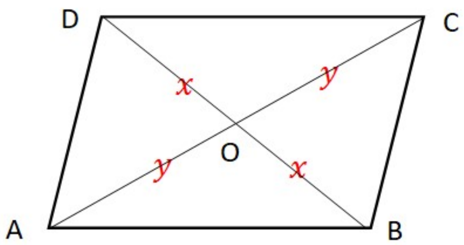
समान्तर चतुर्भुज के दोनो विकर्ण न तो बराबर होते है और न ही 90° पर काटते हैं।



$d_1 = d_2 \& \ d_1 \perp d_2 (d_1 \ and \ d_2$ = diagonal)

(2) In parallelogram both the diagonals are equally bisect each other.

समान्तर चतुर्भुज में दोनो विकर्ण एक – दूसरे को समद्विभाजीत करते हैं।



AC and BD are diagonal.

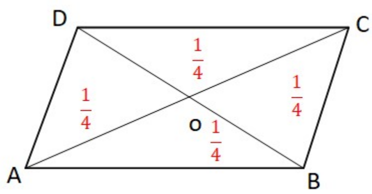
(AO = OC &BO = OD)

(3) Both the diagonals equally bisect the are of parallelogram.

दोनो विकर्ण समान्तर चतुर्भुज के क्षेत्रफल को समद्विभाजित करते हैं।

(4) In parallelogram both diagonal equally bisect the area of parallelogram in 4 parts.

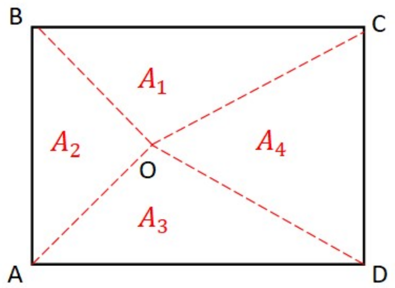
समान्तर चतुर्भुज में दोनो विकर्ण क्षेत्रफल को 4 बराबर भागों में बाँटते हैं ।



(Area of $\Delta AOB = \Delta BOC = \Delta COD = \Delta DOA = \frac{1}{4}$ ABCD)

(5) If O is a point inside parallelogram ABCD, then

यदिसमान्तर चतुर्भुज ABCD के अन्दर स्थित एक बिन्दू O हो तोः–

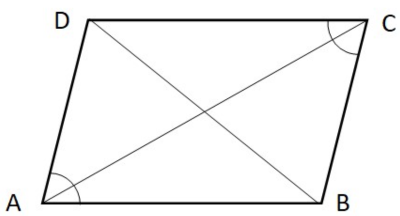


Area of ABCD = Base x h

$A_1 + A_3 = A_2 + A_4$

(6) In a parallelogram diagonals are not angle bisector.

समान्तर चतुर्भुज में विकर्ण कोण समद्विभाजक नहीं होते हैं।



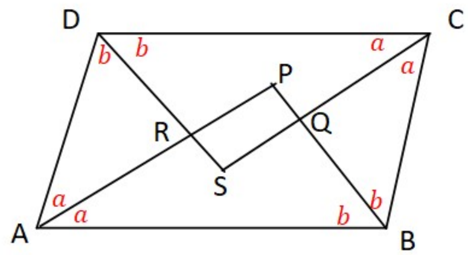
AB||CD & AD||BC

If both line are parallel then

$\left.\begin{array}{l}\angle DCA = \angle CAB \\ \angle BCA = \angle CAD\end{array}\right]$ एकान्तर कोण (Alternate Angle)

(7) Quadrilateral formed by the angle bisector of angles of a parallelogram is.

समान्तर चतुर्भुज के कोणों के समद्विभाजक से बना चतुर्भुज क्या होगा ?



$\Delta APB \cong \Delta DSC$

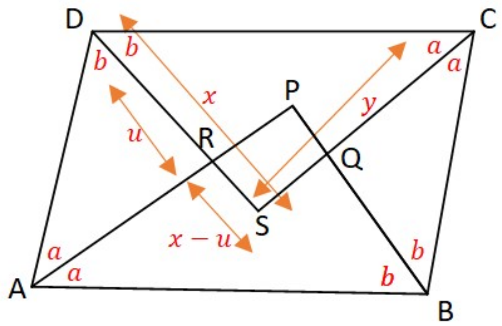
AP = CS = y

DS = BP = x

ΔARD में

Let RD = u, AR = v

So here



$\Delta CQB \cong \Delta DRA$

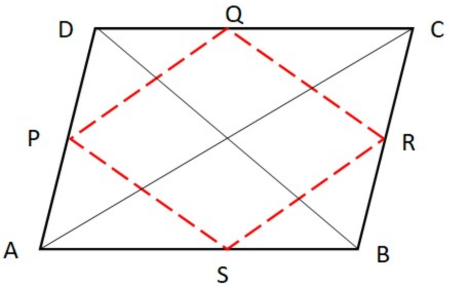
$\angle QBC = \angle RDA, \angle BCQ = \angle DAR$, AD = BC

Four angle are equal & opposite side are equal then it is a rectangle.

चारों कोण बराबर तथा आमने सामने के भुजा बराबर हो तो आयत बनता हैं।

(8) In a parallelogram if we join the midpoint of side then which figure is made.

समान्तर चतुर्भुज की भुजाओं के मध्य बिन्दूओं को मिलाने पर बनी आकृति क्या होगी ।



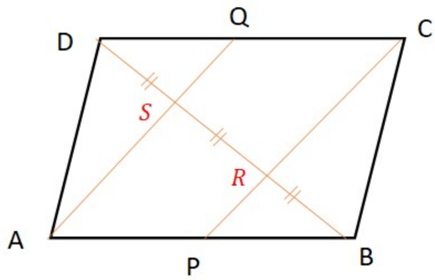
दोनो विकर्ण एक दूसरे को 90°पर नहीं काटते

So it is a parallelogram

ते PQRS एक समान्तर चतुर्भुज होगा

(9) In any parallelogram the midpoint of side AB and CD is P & Q then :-

किसी भी समान्तर चतुर्भुज में भुजा AC तथा CD के मध्य बिन्दू P,Q है? तो :–

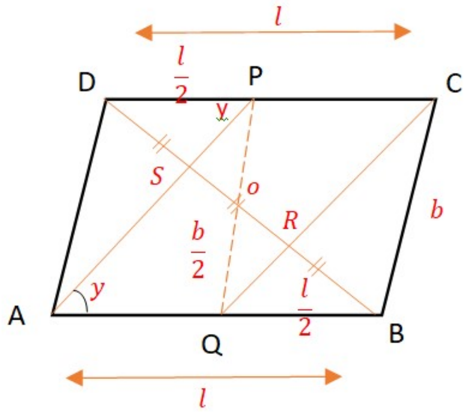


P,Q are midpoint of side AB, DC

P,Q भुजा AB, DC के मध्य बिन्दू हैं।

So

BR = RS = SD



P & Q are midpoint

AP||QC

AP, QC के समान्तर हैं।

$\Delta QRB \sim \Delta PSD$

QB = PD = $\frac{l}{2}$

$$\angle RBQ = \angle PDS, \angle BQR = \angle DPS$$

Now- मध्य बिन्दू को मिलाने वाली लाइन विकर्ण के हमेशा मध्य बिन्दू पर मिलती हैं।

PQ||CB

$\Delta CRB \sim \Delta QRO$

$\angle BCR = \angle OQR$

$\angle CBR = \angle QOR$

$\angle R = \angle R$vertically opposite angle

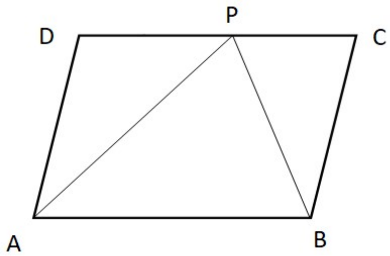
Here QQ = $\frac{b}{2}$, OM = $\frac{a}{2}$

So

BR = RS = SD

(10) In parallelogram ABCD, P is not mid point of side DC then

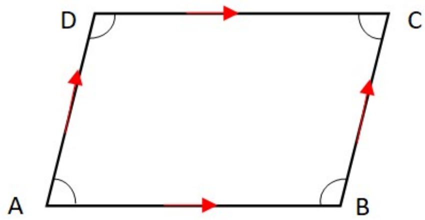
समान्तर चतुर्भुज ABCD में यदि P भुजा DC का मध्य बिन्दू ना हो तो।



(area of $\Delta APD = \frac{1}{2} \times$ area of ABCD)

(11) In parallelogram opposite angle are equal & sum of adicent angle is 180°.

समान्तर चतुर्भुज में विपरीत कोण बराबर तथा आसन्न कोणों का योग 180°होता हैं।



AB||DC & AD||BD

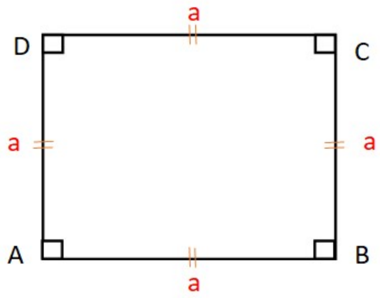
(NOTE- दो parallel लाईन के बीच अन्त : कोणो का योग 180° होता हैं।)

Theory No. -11

SQUARE(वर्ग)→

In any quadrilateral four side are equal and each angle are 90° is called square.

यदि कोई चतुर्भुज में चारों भुजाए बराबर तथा प्रत्येक कोण 90° हो वर्ग कहलाता हैं।



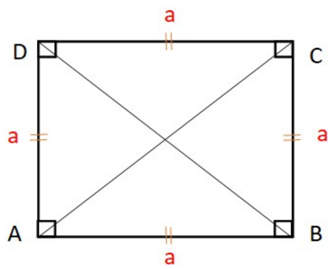
AB = BC = CD = DA = a

$\angle A = \angle B = \angle C = D = 90°$

Some Important Points →

(1) Length of the diagonal of a square is equal and both diagonal bisect each other at 90°.

वर्ग के दोनो विकर्ण की लम्बाई बराबर होती हैं। तथा दोनो विकर्ण एक दूसरे 90° पर काटते हैं।

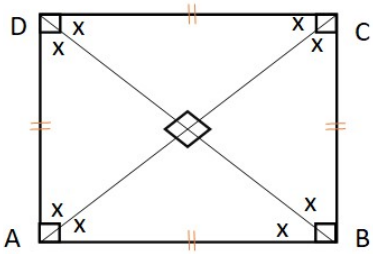


$d_1 = d_2$(diagonal)and $(d_1 \perp d_2)$

Length of AC = $\sqrt{2}$ a

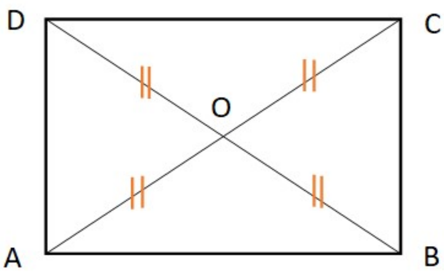
(2) In a square diagonals are angle bisector.

वर्ग मे विकर्ण कोण समद्विभाजक होते हैं।



Both diagonal are equally bisect each other.

दोनो विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।



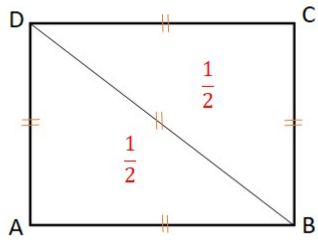
Square ABCD

AO = OC

BO = OD

(3) Both the diagonal equally bisect the area of square.

दोनो विकर्ण वर्ग के क्षेत्रफल को समद्विभाजित करते हैं।



In Square ABCD By Side-Side-Side

$\Delta ABD \cong \Delta CBD$

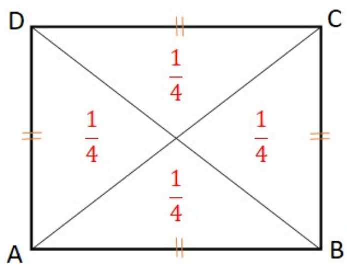
AB = CD (Side)

AD = BC

BD = BD (Common)

(4) In square both diagonal equally bisect the area of square in 4 parts.

वर्ग में दोनो विकर्ण क्षेत्रफल को 4 बराबर भागों में बाँटते हैं।



In Square ABCD By Side-Side- Side

$\Delta ABD \cong \Delta CBD$

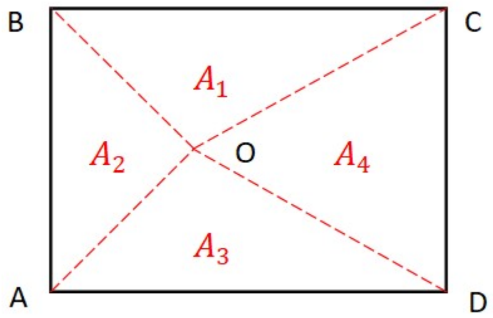
AB = CD (Side)

AD = BC

BD = BD (Common)

(5) If “O” is a point inside the square.

वर्ग के अन्दर एक बिन्दू “O” हो तो।

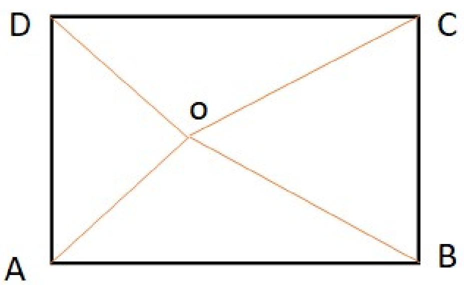


$A_1 + A_3 = A_2 + A_4$

∴ A = Area

(6) (i) If “O” is a point inside the square ABCD, then.

यदि वर्ग ABCD के अन्दर एक बिन्दू “O” हो तो।



ABCD is a square

$OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$

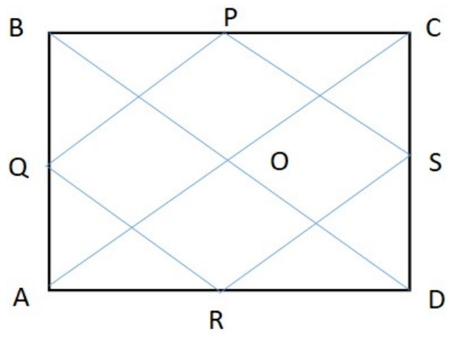
(ii) If O is outside the square then :-

यदि O वर्ग के बाहर बिन्दू हो तो

$OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$

(7) Figure formed by joining the mid – points of all the side of a square?

वर्ग के चारों भुजा के मध्य बिन्दू को मिलाने पर बनने वाली आकृति क्या होगीं ।



Both the diagonal cut each other at 90°. BD and AC both are diagonal of square.

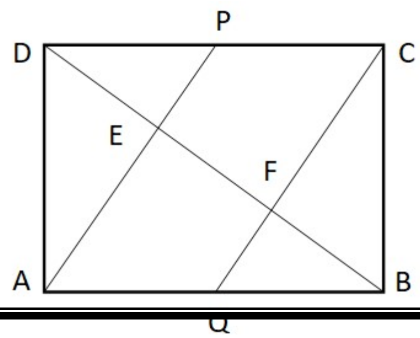
वर्ग के दोनो विकर्ण 90° पर काटते है तथ अन्त कोणो का योग (दो समान्तर लाईन के मध्य) 180°होता हैं

So PQRS is a square.

PQRS एक वर्ग होगा

(8) In any square when the midpoint of side AB and CD are P,Q then.

किसी भी वर्ग में भुजा AB तथा CD के मध्य बिन्दू P,Q है तो ?



P,Q are midpoint of AB and DC

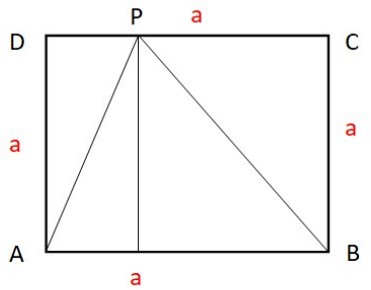
DE = EF = FB

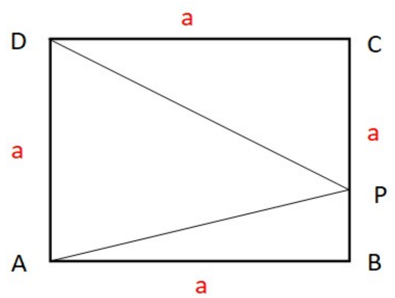
(9) In square ABCD if P is not the mid point of side DC then

वर्ग ABCD में यदि P, भुजा DC का मध्य बिन्दू ना हो तो ।

Area of square = a^2

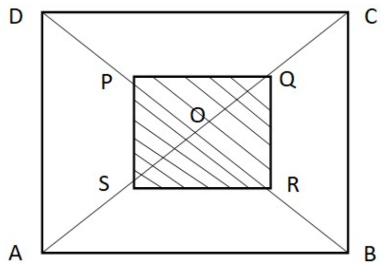
Area of $\Delta APB = \frac{1}{2}a^2$

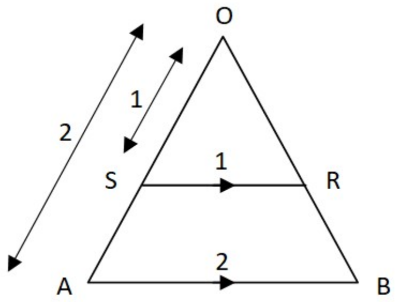




(10) If both diagonals midpoints are P,Q,R,S then, Ratio of Area of Shaded and unshaded part.

यदि दोनो विकर्ण के मध्य बिन्दू है तो छायाकित भाग का क्षेत्रफल : अध्ंतयकित का क्षेत्रफल ।





त्रिभुज की दो भुजाओ के मध्य बिन्दू को मिलाने वाली रेखा तीसरी से आधी व उसके समान्तर होगी।

Side ratio = 1 : 2

Area Ration = 1 : 4

$\Delta OPQ\ area : PQBA\ area = 1:3$

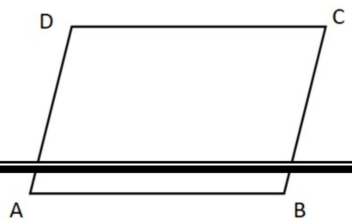
Area of shaded part : Area of unshaded part

4	:	12
1	:	3

<u>Theory No. -12</u>

Each angle of rhombus is not a right angle.

ऐसा चतुर्भुज जिनकी चारों भुजाऐं बराबर हो तथा विपरीत भुजायें समांतर हो, समचतुर्भुज कहलाता हैं। इसका प्रत्येक कोण समकोण नहीं होता हैं।



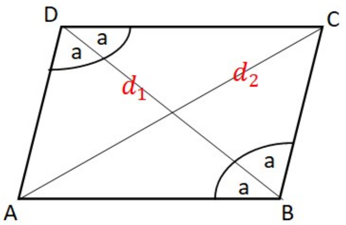
AB = BC = CD = DA

AB | | DC तथा AD | | BC

Some Important Points →

(1) In Rhombus diagonal are angle bisector.

समचतुर्भुज में विकर्ण कोण समद्विभाजक होते हैं।



Rhombus (समचतुर्भुज) ABCD में

$\Delta ABD \cong \Delta CBD$

AB = BC

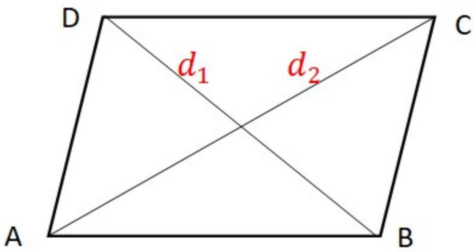
AD = DC

BD = BD (Common)

So diagonal are angle bisector.

(2) Both the diagonal of a rhombus intersect each other at right angle but diagonal are not equal to each other.

समचतुर्भुज के दोनो विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर काटते है परन्तु एक दूसरे के बराबर नहीं होते हैं।

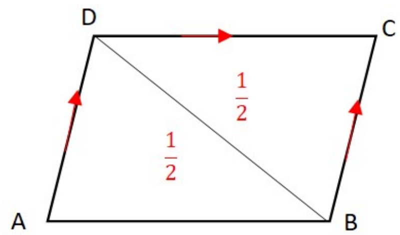


d_1, d_2 = diagonal

(i). $d_1 \perp d_2$
(ii). $d_1 \neq d_2$

(3) In Rhombus diagonal divide the area into two equal parts.

समचतुर्भुज का विकर्ण क्षेत्रफल को समद्विभाजक करता हैं।



$\Delta ABD \cong \Delta CBD$

AB = DC

AD = BC

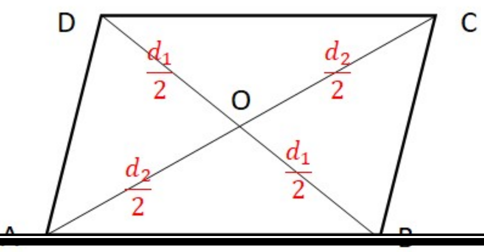
BD = (Common)

So Side-Side-Side से congruent

एक बार दो Triangle सर्वागसम हो गये तो उसके बाद उनका सब कुछ बराबर होता हैं।

(4) In Rhombus both diagonal are equally bisect each other.

समचतुर्भुज के दोनो विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

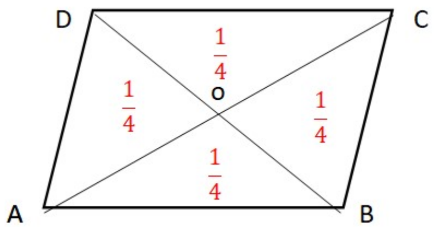


AO = OC

BO = OD

(5) In Rhombus both diagonal equally bisect the area in FOUR equal parts.

समचतुर्भुज में दोनो विकर्ण इसके क्षेत्रफल को 4 बराबर भागों में विभाजित करता हैं।



Both diagonal equally bisect each other.

O is mid point of AC So that DO is median.

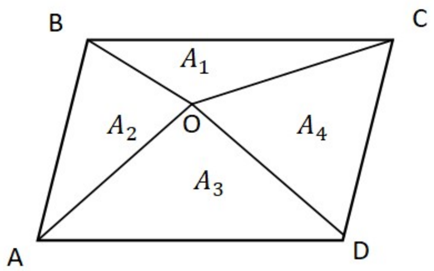
इसी प्रकार ΔABC में

$\Delta AOB = \Delta COB = \frac{1}{4}$

ΔAOD का क्षेत्रफल $= \Delta AOB$ का क्षेत्रफल $= \Delta COD$ का क्षेत्रफल $= \Delta COB$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{4}$ ABCD का क्षेत्रफल

(6) If “O” is a point in rhombus then.

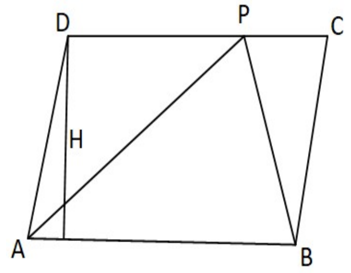
यदि समचतुर्भुज के अन्दर कोई बिन्दू “O” हो तो।



$A_1 + A_3 = A_2 + A_4$

(7) In a Rhombus, if P is not mid point of side DC then

समचतुर्भुज ABCD में यदि P, भुजा DC का मध्य बिन्दू ना हो तो ।



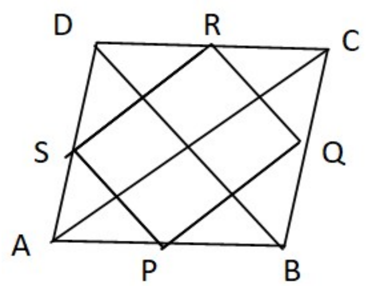
Area of Rhombus ABCD = $Base \times$ height

Area of $\Delta APB = \frac{1}{2} \times base \times height$

So Area of $\Delta APB = \frac{Aaea\ of\ ABCD}{2}$

(8) Figure for med by joining mid-points of all side of a Rhombus.

समचतुर्भुज की भुजाओ के मध्य बिन्दू को मिलाने पर बनी आकृति क्या होगी ?

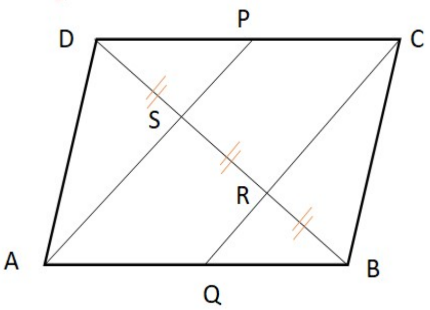


दोनो diagonal एक दूसरे को 90° पर काटते है।
तथा दो Parallel लाईन के बीच अन्त : कोणों का योग180° होता है

चारो कोण 90° तथा विपरीत भुजा बराबर व समान्तर तो आयत (Rectangle) होगा ।

(9) If P and Q are mid point of DC and AB in Rhombus ABCD :-

यदि समचतुर्भुज ABCD में भुजा DC तथा AB का मध्य बिन्दू P,Q हो तो

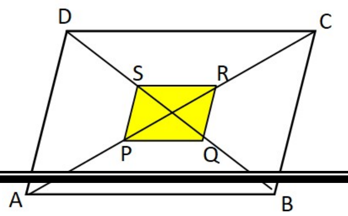


So

BR = RS = SD

(10) If diagonal mid points are P,Q,R,S then ratio of area of shaded part & unshaded part area.

यदि P,Q,R,S दोनो विकर्ण के मध्य बिन्दू है तो छायाकित भाग का क्षेत्रफल तथा अधांयाकित भाग के क्षेत्रफल का अनपात ज्ञात करो।

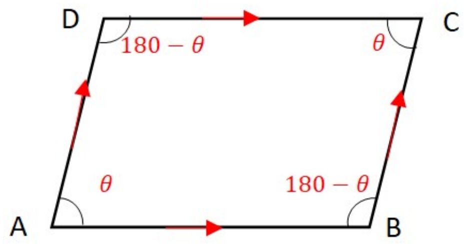


Area of Shaded Part : unshaded part

1 : 3

(11) In Rhombus opposite angle are equal & adjacent angles sum is 180°.

समचतुर्भुज में विपरीत कोण बराबर तथा आसन्न कोणों का योग 180° होता हैं।



$$\left.\begin{aligned}\angle A &= \angle C\\ \angle B &= \angle D\end{aligned}\right]$$ विपरीत कोण (Opposite angle)

$$\left.\begin{aligned}\angle A + \angle B &= 180°\\ \angle B + \angle C &= 180°\\ \angle C + \angle D &= 180°\\ \angle D + \angle A &= 180°\end{aligned}\right]$$ आसन्न कोण (adjacent angle)

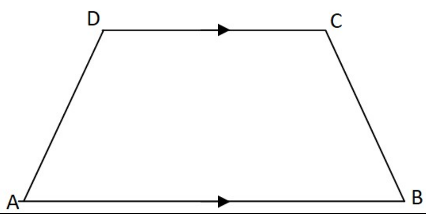
Theory No. -13

Trapezium (सम्लम्ब चतुर्भुज)→

(i) In any quadrilateral two side are parallel then it is called trapezium.

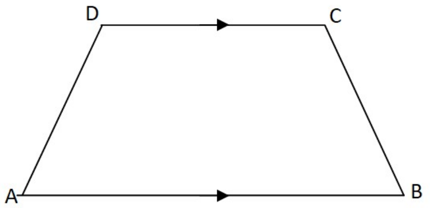
ऐसा कोई चतुर्भुज जिसकी दो भुजा समान्तर हो तो सम्लम्ब चतुर्भुज कहलाता हैं।

यहाँ AB||DC



(ii)यदि दो भुजा बराबर तथा बाकी दो भुजा समान्तर हो तो समद्विबाहु सम्लम्ब चतुर्भुज होता हैं।

If two side of a quadrilateral is parallel & remaining two side are equal then it is Isosceles Trapezium.



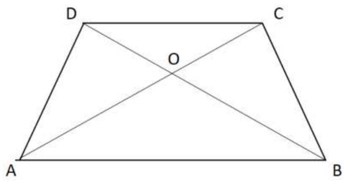
AB | | DC & AD = BC

<u>Some Important Points →</u>

(1) (i)Both the diagonal of a trapezium bisects each other in equal ratio.

समलम्ब चतुर्भुज के दोनों विकर्ण एक – दूसरे को समानुपात में बाँटते हैं।

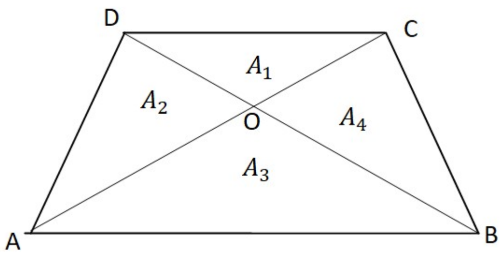
(DO : OB = AO : OC)



(*ii*) ΔAOD Area = ΔBOC Area.

ΔAOD का क्षेत्रफल = ΔBOC का क्षेत्रफल

(*iii*) ΔAOB Area × ΔCOD Area = ΔAOD Area × ΔBOC Area.



$A_1 \times A_3 = A_2 \times A_4$

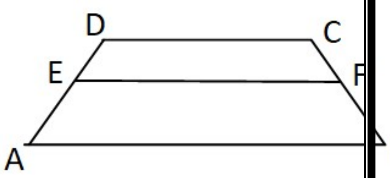
$\therefore A_2 = A_4$

$A_1 \times A_3 = (A_2)^2$

(2) Line formed by joining mid-points of unparallel sides of a trapezium is half of the sum of its parallel sides.

समलम्ब चतुर्भुज में असमान्तर भुजाओं के मध्य बिन्दू को मिलाने पर बनी रेखा समान्तर भुजाओं के योग की आधी होती हैं

$EF = \frac{1}{2}(AB + CD)$



(3) Any line drawn parallel to parallel sides of a trapezium bisects it unparallel sides in same ratio.

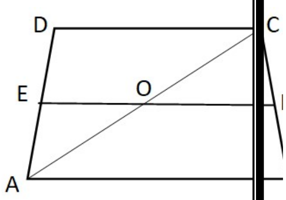
समलम्ब चतुर्भुज की समान्तर भुजाओं के समान्तर खीची गई कोई भी रेखा असमान्तर भुजाओं को समान अनुपात में काटती हैं।

In Trapezium ABCD

AB | | CD and AB | | EF | | DC

then

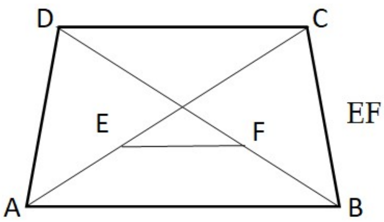
$\frac{DE}{AB} = \frac{CF}{FB}$



(4) ABCD is a trapeziumin in which AB | | CD . If E,F are the mid point of diagonal AC , BD respectively then :-

EXAM GURU
"SUCCESS MATTERS"

ABCD एकसमलम्ब चतुर्भुज हैं जिसमें AB | | CD है यदि E तथा F कमश विकर्ण AC , BD के मध्य बिन्दू है तो



$EF = \frac{1}{2}(AB - CD)$

Theory No. -14

Polygon (बहुभुज)→

A **polygon** is a two-dimensional geometric figure that has a finite number of sides. The sides of a polygon are made of straight line segments connected to each other end to end.Triangle, square, pentagons, hexagon are all example of polygon.

एक बहुभुज कोई भी द्विविमीय आकृति हैं। जो सीधी रेखाओं के साथ बनाई गयी हैं। त्रिकोण, चतुर्भुज, पंचकोण और बहुभुज सभी बहुभुज के उदाहरण हैं।

N = no. of side

Sum of interior angle (अन्त : कोणों का योग) = $(n-2) \times 180°$

An angle of the regular polygon

(समबहुभुज का एक अन्त : कोण) = $\frac{(n-2)\times 180°}{n}$

Sum of exterior angle

(ब्रहय: कोणों का योग) = 360°

An exterior angle of regular polygon

(समबहुभुज का एक ब्रहय : कोण) $= \frac{360°}{n}$

All Interior angle + All Exterior angle

(अन्त : कोण + बाह्रय कोण) $= 180 \times n$

One Interior angle + One Exterior angle

(एक अन्त : + कोण बाह्रय कोण) = 180°

NOTE-In regular polygon all side & angles are equal.

(समबहुभुज में सभी भुजायें तथा कोण बराबर होते हैं।)

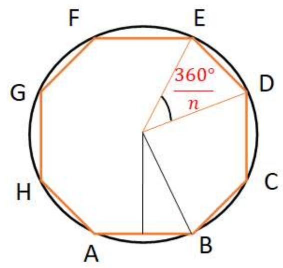
No. of diagonals

(विकर्णो की संख्या) $= n_{C_2} - n = \frac{n(n-3)}{2}$

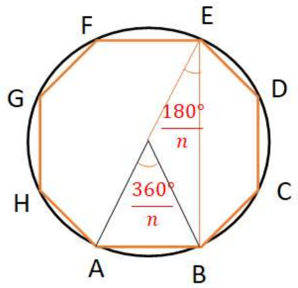
→If there is n side in a polygon. Then the angle created by a side on centre will be $\frac{360°}{n}$ and angle created on circumference is $\frac{180°}{n}$

EXAM GURU
"SUCCESS MATTERS"

यदि किसी बहुभुज में n भुजा हैं। तो एक भुजा द्वारा केन्द्र पर बना कोण $\frac{360^\circ}{n}$ होगा तथा परिधि पर बना कोण $\frac{180^\circ}{n}$ होगा।



Angle made on center $\frac{360^\circ}{n}$ [by side ED]



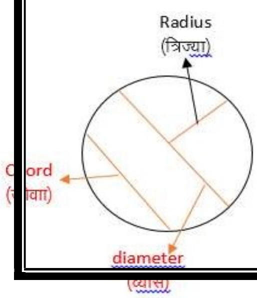
Angle made on circumference is $\frac{180^\circ}{n}$

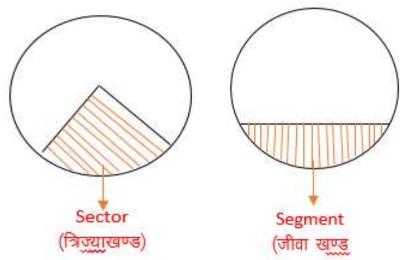
Circle (वृत)→ A circle is a round-shaped figure that has no corners or edges.

वृत्त एक गोलाकार आकृति है जिसका कोई कोना या किनारा नहीं होता है।

Arc (चाप)→ A small part of circumference of a circle is known as arc.

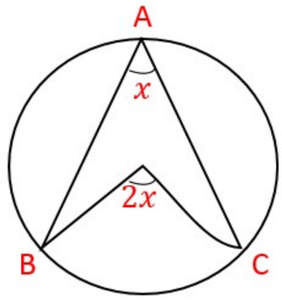
वृत की परिधि के छोटे भाग को चाप कहते हैं।





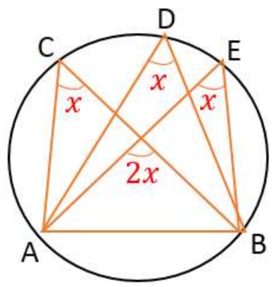
→ Angle formed by an arc at the center is double the angle formed on the circumference of the circle.

किसी भी चाप द्वारा केन्द्र पर बना कोण परिधि पर बने कोण से दो गुणा होता हैं।



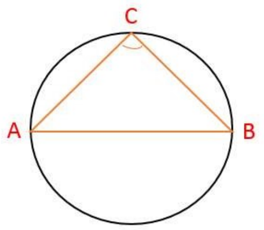
→ Angles formed by an arc on the remaining circumference are equal

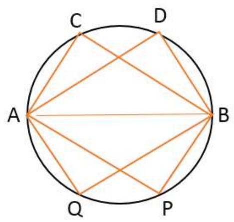
एक ही चाप द्वारा परिधि पर बने कोण बराबर होते हैं।



→ <u>Angles formed by diameter on the circumference is right angle.</u>

<u>व्यास द्वारा परिधी पर बना कोण समकोण होता है।</u>





$\angle ACB = 90°$

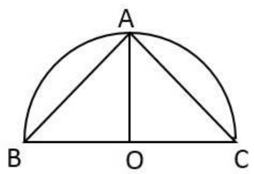
→ Area of biggest right angle triangle is equal to the square of radius:-

सबसे बड़े समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल वृत की त्रिज्या के वर्ग के बराबर होता हैं।

$\underline{\Delta ABC}$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times BC \times OA$

$$= \frac{1}{2} \times 2\alpha \times \alpha$$

$$= \alpha^2$$



<u>Theory No. -17</u>

<u>Chord</u><u>(जीवा)→</u>

Line segment joing any two points on the circumsference of the circle, is known as chord.

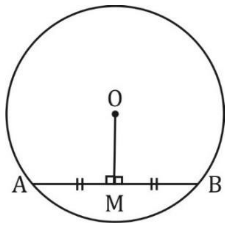
वृत की परिधि पर स्थित किन्हीं भी दो बिन्दुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड जीवा कहलाता हैं।

The Line which join the center of a circle to mid point of chrod is altitude on chord.

जीवा के मध्य बिन्दू से केन्द्र को मिलाने वाली लाईन जीवा पर लम्ब होती हैं।

AB = Chord (जीवा)

AP = PB

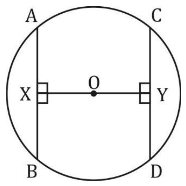


→ Equal chords are equidistant from the centre.

समान जीवाएँ केन्द्र से समान दूरी पर होती हैं। या दो जीवाएँ केन्द्र से समान दूरी पर है तो समान लम्बाई की होगी ।

If AB = CD

Then OX =OY

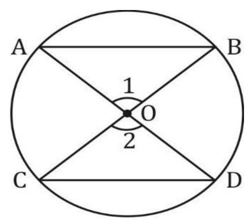


→ Equal chords forms equal angle on the centre or vice versa.

समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण बनाती हैं। या दो जीवाएं केन्द्र पर समान कोण बनाती हैं। तो समान लम्बाई की होगी ।

AB = CD

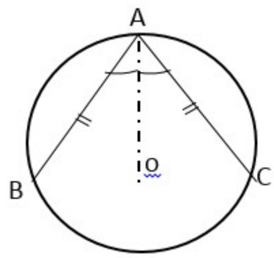
$\angle AOB = \angle COD$



→ If two same chords of a circle AB = AC then the line joining point A with the center will be the angle bisector of $\angle A$.

यदि दो जीवाएँ AB = AC हो तो A को केन्द्र से मिलाने वाली रेखा $\angle A$ को कोण समद्विभाजक होगी ।

AB = AC



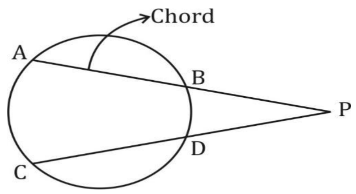
→ If two chords bisects inside a circle then they will be equal to.

दो जीवाएँ यदि वृत के अन्दर P पर प्रतिच्छेद करें तो।

$$\mathrm{PA} \times \mathrm{PB} = \mathrm{PC} \times \mathrm{PD}$$

→ If two chords intersect outside the circle, then the area of rectangle formed by these chords will be equal.

यदि दो जीवाये वृत के बाहर प्रतिच्छेद करें तो उनके द्वारा बने आयत का क्षेत्रफल बराबर होता है । AB, CD = जीवाएँ

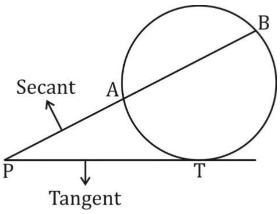


$$\mathrm{PA} \times \mathrm{PB} = \mathrm{PC} \times \mathrm{PD}$$

→ If a tangent and a secant is drawn from a point outside the circle, then.

यदि त्रिभुज के बाहर स्थित बिन्दू से एक स्पर्श रेखा और एक छेदक रेखा खिंची जाये तब ।

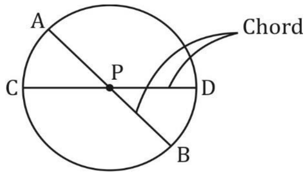
$$\mathrm{PT}^2 = \mathrm{PA} \times \mathrm{PB}$$



→ If chords of circle AB and CD cut at point P inside the circle then angle at point P.

यदि वृत की जीवाएँ AB व CD वृत के अन्दर P पर प्रतिच्छेद करें तो बिन्दू P पर बना कोण :–

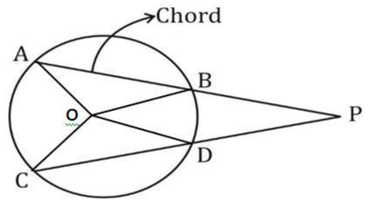
$$\angle APC = \angle BPD = \frac{1}{2}(\angle PAD + \angle PDA)$$



→ If two chords AB and CD on extending meet at point P according to figure then angle.

वृत की दो जीवाएँ AB तथा CD इस प्रकार वृत के बाहर प्रतिच्छेद करें तो कोण $\angle APC = \angle BPD = ?$

(Let O is the center of the circle)



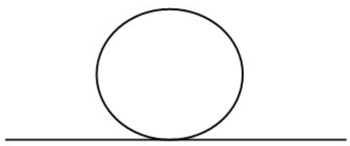
$$\angle APC = \angle BPD = \frac{1}{2}(\angle AOC - \angle BOD)$$

Theory No. -17

→ A Straight line that touches curved surface at a point is called tangent.

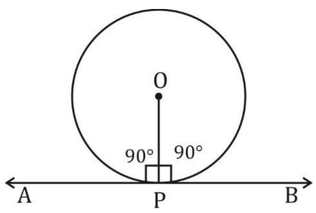
कोई भी एंसी रेखा जो वृत को एक बिन्दू पर स्पर्श करें स्पर्श रेखा कहलाती हैं।

Tangent (स्पर्श रेखा)



→ The angle between radius & tangent is a right angle.

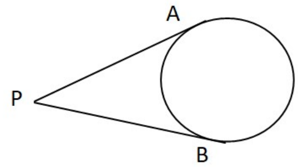
त्रिज्या व स्पर्श रेखा के बीच बना कोण समकोण होता हैं।



→ The number of tangent from the outside point from a circle is two. Length of both the tangent is equal.

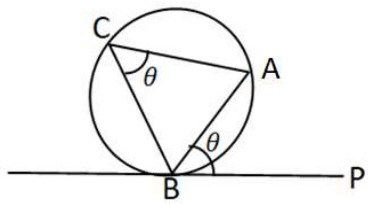
वृत के बाहर किसी बिन्दू से 2 स्पर्श रेखा खीचीं जा सकती हैं। तथा दोनो की लम्बाई समान होती हैं।

PA=PB Tengents



→ Angle formed blow tangent and chord is equal to the angle formed on alteranate segment.

जीवा तथा स्पर्श रेखा के मध्य बना कोण जीवा द्वारा एकान्तर खण्ड में बने कोण के बराबर होता हैं।



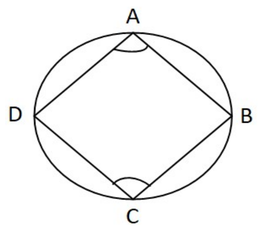
$\angle ACB = \angle APB$

→ If all the four verticles of a quadrilateral are on the circumference of a circle, then it will be known as cyclic quadrilateral & sum of opposite angles of a cyclic quadrilateral is 180°.

किसी चतुर्भुज के चारों शीर्ष वृत की परिधि पर है तो चक्रीय चतुर्भुज कहते हैं। और चक्रीय चतुर्भुज के विपरीत कोणों का योग 180° होता हैं।

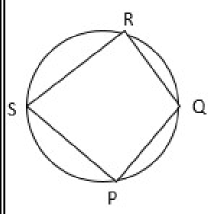
$\angle A + \angle C = 180°$

$\angle B + \angle D = 180°$



→ In cyclic quadrilateral PQRS, PR × SQ is equal to :-

चक्रिय चतुर्भुज में PQRS, में विकर्ण PR × SQ किसके बराबर होगा ।



PR × SQ = PQ ×SR + RQ × SP

→ If circumference of a circle touch all the four sides of a quadrilateral or if four tangents are drawn on a circle such that they form a quadrilateral, then.

यदि किसी वृत की परिधि चतुर्भुज की चारों भुजाओं को स्पर्श करे या किसी वृत पर चार स्पर्श रेखाऐं इस प्रकार खींची जाये की वो चतुर्भज बनायें तो :–

$\angle x + \angle y = 180°$

AB + CD = AC + BD

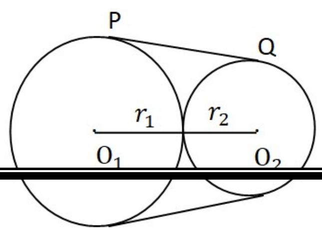
(i). Theory No. -18

Some Important Points →

(1) Two circle of equal or unequal radius touch each other externally. Then the length of common tangent (PQ)

दो समान तथा असमान त्रिज्या वाले वृत एक दूसरे को ब्रहा रूप से स्पर्श करें तो उनकी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लम्बाई ।

If touch each other →



r_1, r_2 (त्रिज्या)

O_1, O_2(केन्द्र)

Length of PQ = $\sqrt{(\text{दोनों केंद्रों के मध्य दूरी})^2 - (r_1 - r_2)^2}$

= $\sqrt{D^2 - (r_1 - r_2)^2}$

∴ $(D = r_1 + r_2)$

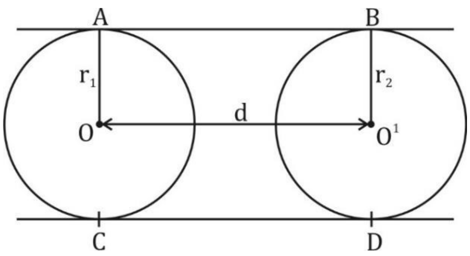
PQ = $\sqrt{(r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2}$

PQ = $2\sqrt{r_1 . r_2}$

(2) Two circle of equal or unequal radius don't touch each other then the length of common tangent & transverse tangent.

दो समान तथा असमान त्रिज्या वाले वृत एक – दूसरे को स्पर्श ना करें तो सिधि उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लम्बाई ।

O, O^1 is center of circles.



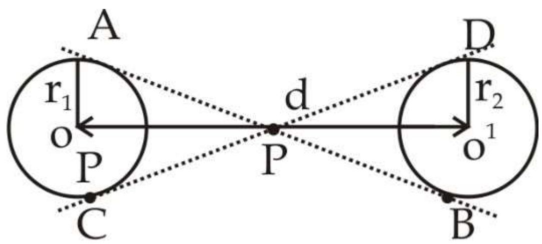
Common tangent

(सिधि उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा)→

$$\sqrt{(Distance\ between\ center)^2 - (r_1 - r_2)^2}$$

(3) (a) Two circle of equal or unequal radius don't touch each other then the length of common transverse tangent.

दो समान तथा असमान त्रिज्या वाले वृत एक – दूसरे को स्पर्श ना करें तो सिधि प्रतिच्छेदी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लम्बाई ।



Transverse common tangent

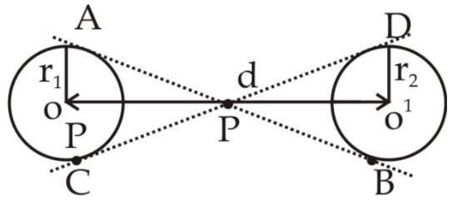
(प्रतिच्छेदी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा)→

AB = CD $=\sqrt{(Distance\ between\ center)^2-(r_1+r_2)^2}$

(b) Two Circle don't touch each other and $O, O^1$is centres of circles and d is the distance between the centers. A transverse common tangent touch circle at A and B and cut A, B at P.

दो वृत अप्रतिच्छेदी हैं। और O, O^1केन्द्रों के बीच की दूरी हैं। एक तिरछी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा वृत को A तथा B पर स्पर्श करती हैं। और O, O^1 को P पर काटती हैं।

$\frac{OP}{O^1P}=\frac{OA}{O^1B}$ (अन्त अनुपात)



(c) Two non touching circles has centre O and O^1. A direct common tangent touch circle at A & B and meet O, O^1 at P.

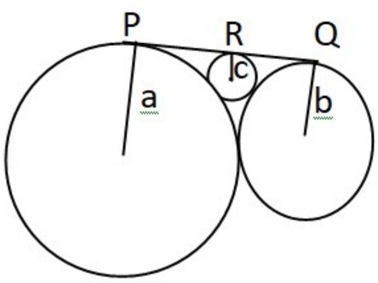
दो वृत अप्रतिच्छेदी हैं। और **O** और **O^1** उनके केन्द्र हैं। एक सीधी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा वृतों को ***A*** और ***B*** पर काटती है। और **O, O^1** को आगे बढ़ाने ***P*** पर पर काटती हैं।

$\frac{OP}{O^1P}=\frac{OA}{O^1B}$ (बाह्रय विभाजन)

(4)(a) Two circle touch externally and their radius are a and b. A third circle of radius c touch both the circles then.

दो वृत बाह्य स्पर्श करते हैं। जिनकी त्रिज्याएं क्रमश a और b है यदि उस वृत की त्रिज्या c है जो इन दोनों वृतों को स्पर्श करती हैं।

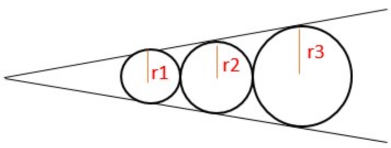
$\frac{1}{\sqrt{c}}=\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}$



(b) If three circle touch each other their radius are

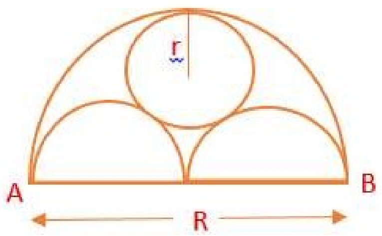
r_1, r_2, r_3 then. Find r_2 = ?

यदि तीन वृत एक दूसरे को स्पर्श करते हैं। तथा जिनकी त्रिज्याए r_1, r_2, r_3, हैं। तो r_2ज्ञात करो ?



$$r_2 = \sqrt{r_1 . r_3}$$

(5) (a) Find the radius of inner circle ($r = ?$)



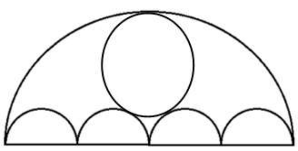
$$r = \frac{R}{6} = \frac{AB}{6}$$

(b) n = no. of semicircle drawn on radius of large circle

$Formula = \frac{nR}{2n+1}$,Let n = 2

Put value of n in the given formula.

$\frac{2 \times R}{2 \times 2+1} = \frac{2R}{5}$



(c) To find the length of $PQ^2 = XY^2 - AB^2$